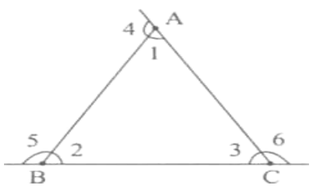
Üçgenler

A, B, C noktalan aynı doğru üzerinde olmamak koşulu ile, [AB], [AC], [BC] doğru parçalarının birleşimine üçgen denir. Üç kenarı, üç köşesi ve üç iç açısı vardır. Üçgenler; kenarlarına göre; eşkenar üçgen, çeşitkenar üçgen, ikizkenar üçgen gibi adlar alırken; açılarına göre de; eşit açılı (eşkenar) üçgen, dar açılı üçgen, geniş açılı üçgen, dik açılı üçgen ... gibi adlar alırlar.

Üçgenlerin iç açılarının toplamı 180°, dış açılarının toplamı 360° dır.

Bir üçgende bir dış açı ile iç açının toplamı 180° dir. Aynı zamanda; bir üçgende bir dış açı; kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşittir.

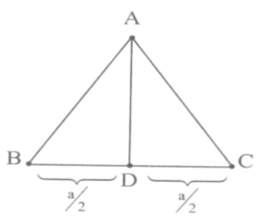


$\hat{1} + \widehat{4} = 180° \; ; \; \hat{4} = \hat{2} + \hat{3}$

$\hat{3} + \widehat{6} = 180° \; ; \; \hat{6} = \hat{1} + \hat{2}$

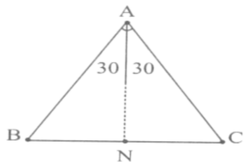
$\hat{2} + \widehat{5} = 180° \; ; \; \hat{5} = \hat{1} + \hat{3}$ dır.

Kenarortay: Üçgenin bir köşesini karşısındaki kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasıdır. [AD] doğru parçası [BC] kenarını iki eşit parçaya böler.

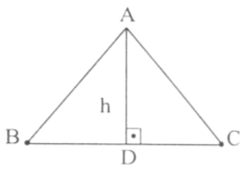


Açıortay: Üçgenin herhangi bir açısını iki eşit parçaya bölen doğru parçasıdır.

Â = 60° ise; açıortay bu açıyı iki eşit açıya böler (30° ve 30°)

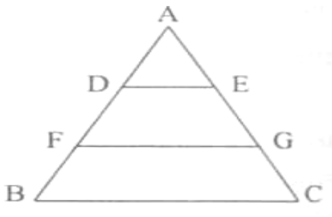


Yükseklik: Bir üçgende herhangi bir kenara ait yükseklik; karşısındaki köşeden bu kenara indirilen dik uzaklıktır. [AD] = h uzunluğu a kenarına ait yüksekliktir.



Üçgenlerde Benzerlik ve Tales Teoremi

Üçgenlerin benzerlikleri açılarının eşit olması ve kenarlarının orantılı olmasına bağlıdır.



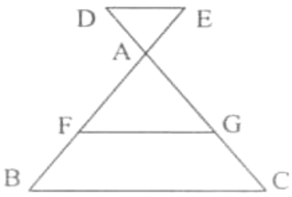
1) İki üçgenin karşılıklı ikişer açısı eşit ise, bu üçgenler benzerdir.
2) İki üçgenin karşılıklı iki kenar uzunlukları orantılı ise, bu üçgenler benzerdir.
3) Üçgenin tabanına paralel olan doğruların bu üçgende ayırdıkları parçalar orantılıdır. (Tales teoremi)

[DE] // [FG] // [BC]

verilen üçgenlerde benzer $\widehat{ABC} \sim \widehat{AFG} \sim \widehat{ADE}$ olanlar;

$$\frac{|DE|}{|FG|} = \frac{|AE|}{|AG|} = \frac{|AD|}{|AF|} \quad \text{Tales}$$

$$\frac{|FG|}{|BC|} = \frac{|AG|}{|AC|} = \frac{|AF|}{|AB|} \quad \text{Tales}$$



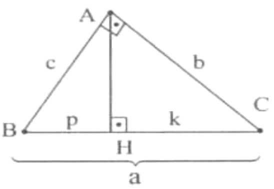
Dik Üçgene Ait Bağıntılar

Pisagor teoremi: Bir dik üçgende dik kenarlar üzerinde (a ve c) oluşturulan karelerin alanlarının toplamı; hipotenüs (b) üzerinde oluşan karenin alanına eşittir.

$A_1 + A_2 = A$ dır. Bu teorem şöyle de söylenebilir; Bir dik üçgende; dik kenarların ayrı ayrı karelerinin toplamı, hipotenüsün karesine eşittir, $a^2 + c^2 = b^2$ dir.

Öklid teoremi: Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi; tabandan ayırdığı parçaların çarpımına eşittir, $h^2 = p \cdot k$ dır.

$\widehat{A} = 90°$
$|AH| = h$
$|BH| = p$
$|CH| = k$

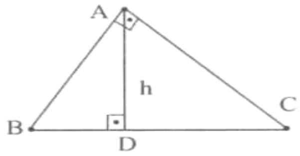


$p^2 + k = a = |BC|$; $|AB| = c$; $|AC| = b$ dir.

Kenarlar açıların karşısında bulundukları için açı ya da köşe noktasına göre adlandırılır. B köşesinin karşısındaki kenar b dir. Ayrıca pisagor bağıntısına göre; $b^2 = k^2 + h^2$ ve $c^2 = p^2 + h^2$ dir.

Örnek

Aşağıdaki şekilde $|AB| = 10\ br, |\ BD| = 6\ br$ ise |DC| kaç birimdir?



Çözüm: Pisagor bağıntısına göre;

$|AB|^2=|BD|^2+|AD|^2$

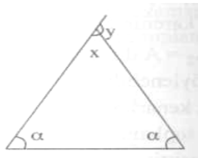
$h^2 = 64$ bulunur.

Diğer yandan; Öklid teoremine göre;

$h^2 = |BD| \cdot |DC|$ dir. $h^2 = 4.x$

16 = x bulunur.

Örnek: Şekildeki ikizkenar üçgende ***a*** = 50° ise, x ve y açılarının ölçüleri kaçar derecedir?



Çözüm: Bir üçgenin iç açılarınıntoplamı180° dir.

a + a + x= 180

$\hat{X} + \hat{Y} = 180$

$80 + \hat{Y} = 180$

$\hat{Y} = 100°$ olur.

50 + 50 + x = 180

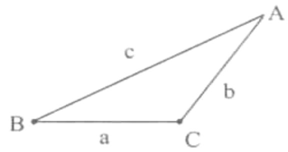
100 + x = 180

x = 80°

X ve Y açılarının toplamı da 180° olmalıdır

Bir Üçgenin Çizilebilme Kuralı:

Bir üçgenin çizilebilmesi için; kenarlardan biri diğer iki kenarın farkından büyük, toplamlarından küçük olmalıdır. Yani, $|a - b| < c < a + b$



Üçgen eşitsizliği

$|b - c| < a < b + c$

$|a - c| < b < a + c$

$|a - b| < c < a + b$

Örnek: Kenar uzunlukları 4 cm, 5 cm ve 10 cm olan üçgen çizilebilir mi?

Çözüm: Küçük kenarların toplamı: 4 + 5 = 9 cm 9 değeri üçüncü ve en büyük kenar olan 10 cm den büyük olmadığı için bu üçgen çizilemez.

Örnek: Kenar uzunlukları 2, 4, 5 cm olan üçgen çizilebilir mi?

Çözüm: 2 + 4 > 5 olduğundan bu üçgen çizilir.

Üçgenin çevresi; Bir üçgenin çevresi kenar uzunluklarının toplamıdır.
Ç = a + b + c dir.

Üçgenin alanı: Bir üçgenin alanı; taban uzunluğu ile o tabana ait yüksekliğinin çarpımının yansına eşittir. $A = \frac{a.h}{2}$ dir.