CEBİR

CEBİRSEL İFADELER

Farklı değerler alabilen ifadelere "değişken", her zaman aynı kalan (değişmeyen) ifadelere "sabit", bazen değişken bazen de sabit olarak işlem gören ifadelere de "parametre" denir.

Ekonomide fiyat, kazanç, maliyet gibi kavramlar değişkendir. x bir değişken olmak üzere 3x-1 ifadesindeki 3 ve -1 sayıları birer sabittir. ax+5 ifadesinde x değişken ise a çeşitli değerler alabileceği için parametredir.

Cebirse İfade:

Pozitif ve negatif sayıların her birine "cebirsel sayı" denir.

Değişkenler, parametreler veya sabitler ile birlikte bunların toplamını, farkını, çarpımını, bölümünü veya kökünü içeren fakat içerisinde =, <, >, ≤, ≥ gibi karakterler bulunmayan ifadelere birer "cebirsel ifade" denir.

Örnek: x + a, 2x+3, $\sqrt{x-2}+7$ birer cebirsel ifadedir.

$x^2+2x-1 \leq x+3$, $\sqrt{x-2}=1+x$ ifadeleri cebirsel ifade değildir.

Terim: Bir cebirsel ifadede parantez, bölüm ve kök işlemlerine bağlı olmayan "+", "$-$ " işaretleri ile ayrılmış ifadelerin her birine "terim" denir.

Örnek: $3x+\dfrac{x-1}{x-3}+\sqrt{x+1}$ cebirsel ifadesi üç terimli bir ifadedir.

Katsayı: Bir cebirsel ifadenin terimlerinde çarpan olarak bulunan sabitlere "katsayı" denir.

Örneğin; $2x^3-4x+\frac{3}{5}y$ üç terimli ifadesinde katsayılar 2, -4 ve $\frac{3}{5}$'tir.

Benzer Terimler: Bir cebirsel ifadedeki eşit olan veya yalnız katsayıları farklı olan terimlere "benzer terimler" denir.

Örneğin; 3a ile 2a, $2x^2y$ ile $3x^2y$, $\frac{3}{2}a^2b^2$ ile $-5a^2b^2$ benzer terimlerdir.

Sayısal Değer: Bir cebirsel ifadede bulunan harflerin her birinin sayısal karşılığının ifadede yerine yazılması ile elde edilecek sonuca, cebirsel ifadenin "sayısal değeri" denir.

Örnek: 1) $4x^2y^3$ ifadesinin x=5, y=2 için sayısal değeri: $4.5^3.2^3=800$'dür.

2) $7ab-c^2$ ifadesinin a=1, b=2, c=3 için sayısal değeri: $7.1.2-3^2=5$' tir.

Cebirsel İfadelerde Dört İşlem:

Toplama:

Cebirsel ifadeler toplanırken; varsa benzer terimler toplandıktan sonra, benzer olmayan terimler toplam durumunda yazılır.

Örnek: a)3x, 5x, 7x cebirsel ifadelerinin toplamı: $3x+5x+7x=(3+5+7)x=15x$

b) $2x^2$, $-3x^2y$, $11x^2y$, x^2y cebirsel ifadelerinin toplamı:

$$2x^2+(-3x^2y)+11x^2y+x^2y=2x^2-3x^2y+11x^2y+x^2y$$

$$=2x^2+(-3+11+1)x^2y$$

$$=2x^2+9x^2y$$

c) $3a-5b+2c$, $2a+3b-d$, $-4a+2b$ cebirsel ifadelerinin toplamı:

$$3a-5b+2c+2a+3b-d-4a+2b=(3+2-4)a+(-5+3+2)b+2c-d$$

$$=a+2c-d$$

Çıkarma:

Cebirsel ifadelerin toplamında olduğu gibi, önce benzer terimler çıkarılır. Sonra benzer olmayan terimler fark durumunda yazılır. Çıkarma işlemi yapmak demek, çıkarılan ifadeyi (-) ile çarpıp, eksilen ile toplamak demektir.

Örnek:

a) 7a ve 3a ifadelerinin farkı: $7a-3a=(7-3)a=4a$

b) 8x ve $-2x$ ifadelerinin farkı: $8x-(-2x)=8x+2x=10x$

c) $4x^2+3x+2$, $3x^2-4x-4$ ifadelerinin farkı:

$$4x^2+3x+2-\left(3x^2-4x-4\right)=4x^2+3x+2-3x^2+4x+4$$
$$=(4-3)x^2+(3+4)x+(2+4)$$
$$=x^2+7x+6$$

Uyarı: Çokterimli bir ifade parantez içinde verilmiş olsun. Eğer parantezin önünde "+" işaret varsa, parantezin içini "+" ile çarptığımızda parantez içinin işareti değişmeyeceğinden , parantez doğrudan kaldırılır. Eğer parantezin önünde "$-$" işaret varsa, parantezin içini "-" ile çarptığımızda her terimin işareti değişeceğinden, parantezin içindeki terimlerin işaretleri değiştirilerek parantez kaldırılır.

Örnek: $+(3x^2+5x-8)=3x^2+5x-8$

$-(2x^2-8x+7)=-2x^2+8x-7$

Çarpma:

1)İki tek terimli cebirsel ifadeyi çarparken; önce katsayılar çarpılır, sonra aynı değişkenlerin üsleri toplanır. Çarpımda benzer olmayan harfler olduğu gibi kalır.

Örnek: $4a^2b$ ile $12a^5b^2c$ ifadelerinin çarpımı: $(4a^2b).(12a^5b^2c)=48a^{5+2}.b^{2+1}.c=48a^7b^3c$

NOT: A ve B herhangi iki cebirsel ifade olsun. Çarpım ifadesinin işareti, cebirsel sayılarda olduğu gibi belirlenir.

$(+A).(+B)=+A.B$

$(-A).(-B)=+A.B$

$(+A).(-B)=-A.B$

$(-A).(+B)=-A.B$

2)İki çok terimli cebirsel ifadeyi çarparken; birinci ifadenin her bir terimi, diğer ifadenin her bir terimi ile teker teker çarpılır.

Örnek: a) (a+b).(c+d)=a(c+d)+b(c+d) =ac+ad+bc+bd

$$\text{b)}(2x-3y).(3x+5y+z)=2x(3x+5y+z)-3y(3x+5y+z)$$
$$=6x^2+10xy+2xz-9xy-15y^2-3yz$$
$$=6x^2-15y^2+xy+2xz-3yz$$

NOT: A herhangi bir cebirsel ifade ve n de pozitif bir tamsayı olsun. A^n, n tane A'nın yan yana yazılıp çarpılmasıyla elde edilen cebirsel bir ifadedir.

$$A^2=A.A$$

$$A^3=A.A.A$$

....

$$A^n=\underbrace{A.A....A}_{\text{n tane}}$$

Örnek: a) A= $\left(-\frac{4}{3}\right)x^3y^2z$ ise A^3 neye eşittir?

çözüm: $A^3=A.A.A=\left(-\frac{4}{3}x^3y^2z\right).\left(-\frac{4}{3}x^3y^2z\right).\left(-\frac{4}{3}x^3y^2z\right)$

$$=\left(-\frac{4}{3}\right).\left(-\frac{4}{3}\right).\left(-\frac{4}{3}\right).x^{3+3+3}y^{2+2+2}.z^{1+1+1}=-\frac{64}{27}x^9y^6z^3$$

b) $B=2x-7$ ise B^2 neye eşittir?

çözüm:

$$B^2=B.B=(2x-7).(2x-7)$$

$$=2x(2x-7)-7(2x-7)$$

$=4x^2-14x-14x+49$

$=4x^2-28x+49$

$=4x^2-14x-14x+49$

$=4x^2-28x+49$

$=4x^2-28x+49$

Bölme:

1) Tek terimli iki cebirsel ifadeyi birbirine bölerken; öncelikle cebirsel sayıların bölümünde olduğu gibi bölümün işareti belirlenir. Örneğin; A ve B iki tek terimli cebirsel ifade ise, bölümler:

$(+A):(+B)=+(A:B)$

$(-A):(-B)=+(A:B)$

$(+A):(-B)=-(A:B)$

$(-A):(+B)=-(A:B)$

şeklindedir. Sonra katsayılar bölünerek bölümün katsayısı belirlenir. Daha sonra da aynı değişkenlerin üsleri çıkarılarak yeni üsler yazılır. Bölünende veya bölende bulunan ortak olmayan değişkenler olduğu gibi yazılır.

Örnek: $45a^6b^2x^4$ ifadesini $-9a^3bx^2z$ ifadesine bölünüz.

çözüm: $\dfrac{45a^6b^2x^4}{-9a^3bx^2z}=-\left(\dfrac{45}{9}\right)\dfrac{a^{6-3}b^{2-1}x^{4-2}}{z}=-5\dfrac{a^3bx^2}{z}=-\dfrac{5a^3bx^2}{z}$

2) Çok terimli bir ifade tek terimli ifadeye bölünürken, çok terimli ifadenin her bir terimi tek terimli ifadeye bölünür.

Örnek: a) ax+bx+cx ifadesinin x ifadesine bölümü: $\dfrac{ax+bx+cx}{x}=\dfrac{ax}{x}+\dfrac{bx}{x}+\dfrac{cx}{x}=a+b+c$

b) $-6x^3y^2z^4-15xy^2z^3+3xyz^2$ ifadesinin $-3xyz^2$ ifadesine bölümü:

$$\frac{-6x^3y^2z^4-15xy^2z^3+3xyz^2}{-3xyz^2}=\frac{-6x^3y^2z^4}{-3xyz^2}+\frac{-15xy^2z^3}{-3xyz^2}+\frac{3xyz^2}{-3xyz^2}$$

$$=2x^2yz^2+5yz-1$$

------------------0-----------------