6. HAFTA
SÜREKLİ ISI İLETİMİ

.

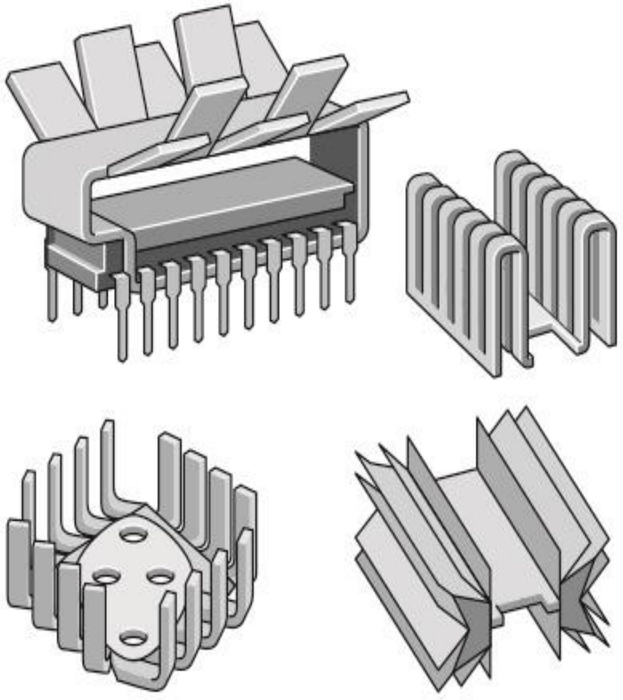
KANATLI YÜZEYLERDEN ISI TRANSFERİ

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

Bir çevre ısı transfer hızı **Newton'un soğutma kanunu ile:**

T_{so} vet T_∞ sıcaklıklarını tasarım etmenleri belirlediği zaman, çoğu durumlarda ısı transferini artırmanın iki yolu vardır:

- h taşınım ısı transfer katsayısını artırmak. h'yı artımak için bir pompa veya fan kullanmak veya var olanı daha büyüğüyle değiştirmek gerekir ki bu yaklaşım Pratik olabileceği gibi olmayadabilir de. Kaldı ki bu durum yeterli olmayabilir.
- Alternatif ise, yüzeye alüminyum gibi yüksek iletkenlikli malzemelerden yapılmış ve kanat olarak adlandırılan genişletilmiş yüzeyler ekleyerek yüzey alanını artırmaktır.

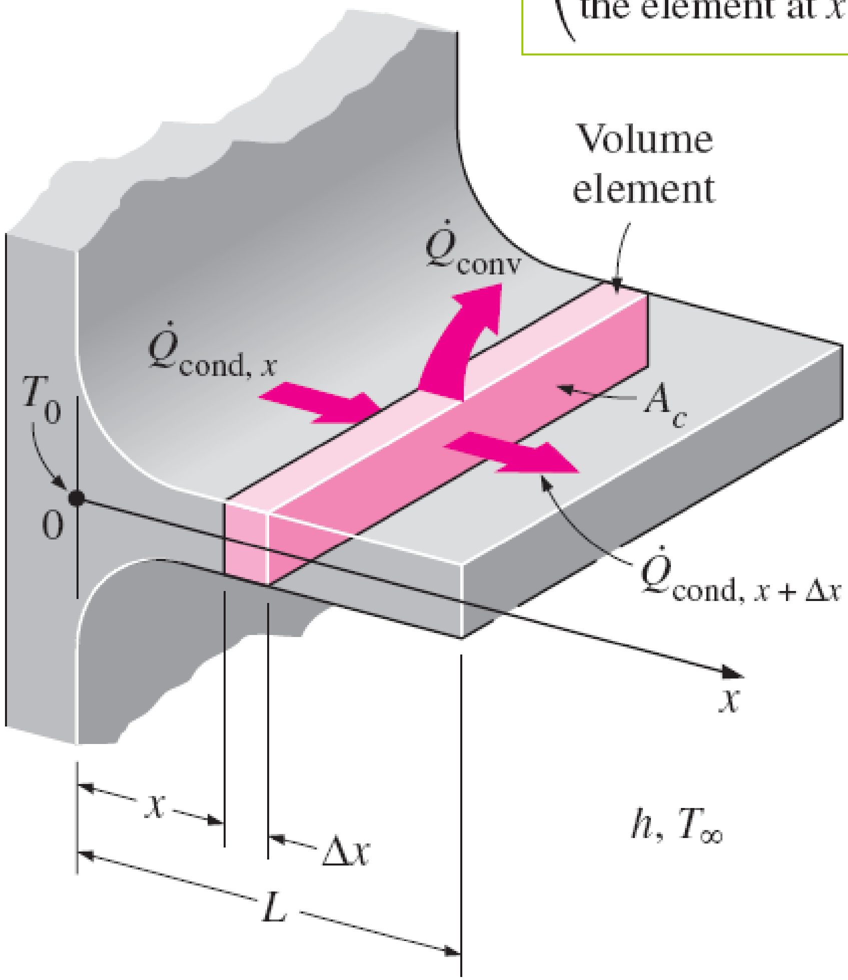


ŞEKİL 3–35
Bazı yeni kanat tasarımları.

Bu dersteki tüm yazılı ve görsel materyaller; **Çengel, Y.A., Isı ve Kütle Transferi Pratik Bir Yaklaşım, Çeviri Editörü Vedat Tanyıldızı**, 3.Baskı, Güven Bilimsel kitabından alınmıştır.

Kanat Denklemi

$$\begin{pmatrix}\text{Rate of } \textit{heat} \\ \textit{conduction} \text{ into} \\ \text{the element at } x\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Rate of } \textit{heat} \\ \textit{conduction} \text{ from the} \\ \text{element at } x+\Delta x\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Rate of } \textit{heat} \\ \textit{convection} \text{ from} \\ \text{the element}\end{pmatrix}$$



$$\dot{Q}_{\text{cond}, x} = \dot{Q}_{\text{cond}, x+\Delta x} + \dot{Q}_{\text{conv}}$$

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h(p\,\Delta x)(T - T_\infty)$$

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond}, x+\Delta x} - \dot{Q}_{\text{cond}, x}}{\Delta x} + hp(T - T_\infty) = 0$$

$$\Delta x \to 0$$

$$\frac{d\dot{Q}_{\text{cond}}}{dx} + hp(T - T_\infty) = 0$$

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA_c \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(kA_c \frac{dT}{dx}\right) - hp(T - T_\infty) = 0$$

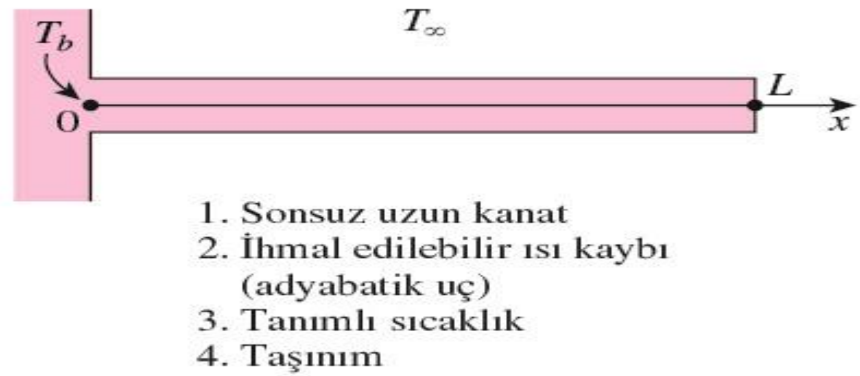
$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$ Diferansiyel denklemi $$m^2 = \frac{hp}{kA_c}$$

$\theta = T - T_\infty$ Sıcaklık farkı

Bir kanadın x konumunda uzunluğu Dx, kesit alanı Ac ve çevresi p olan hacim elemanı

Diferansiyel denklemin genel çözümü

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$



ŞEKİL 3–37
Kanat tabanı ve ucunda sınır şartları.

Kanat tabanında ve ucunda sınır şartları

$$\theta(0) = \theta_b = T_b - T_\infty$$

1) Sonsuz Uzun Kanat ($T_{\text{fin tip}} = T_\infty$)

Kanat ucunda sınır şartı

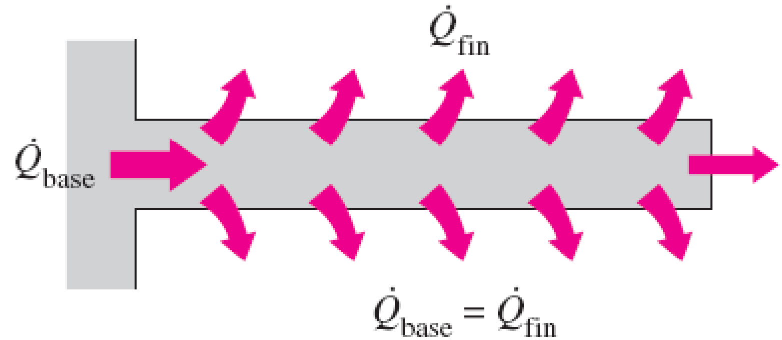
$$\theta(L) = T(L) - T_\infty = 0 \quad L \rightarrow \infty$$

Kanat boyunca sıcaklık değişimi

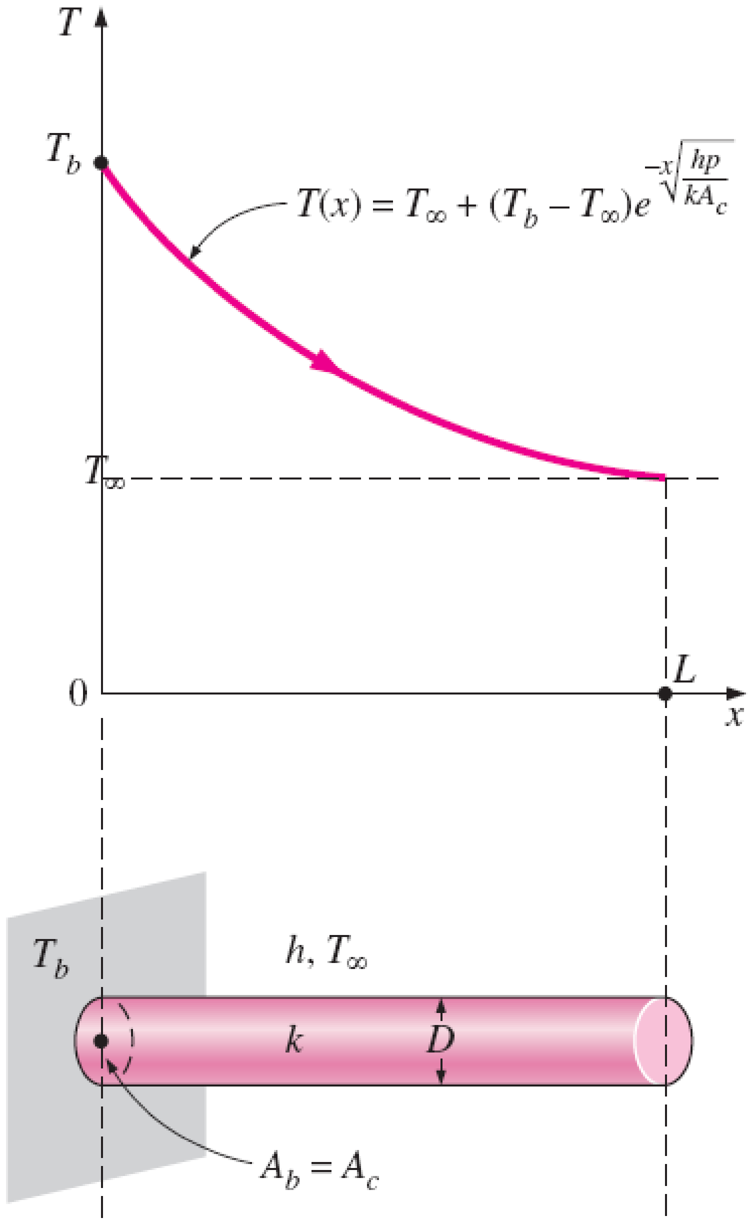
$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-mx} = e^{-x\sqrt{hp/kA_c}} \qquad \theta = T - T_\infty \qquad m = \sqrt{hp/kA_c}$$

Bütün kanattan sürekli ısı transfer hızı

$$\dot{Q}_{\text{long fin}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)$$



Sürekli şartlar altında kanadın açık yüzeylerinden ısı transferi, tabanda kanada olan ısı iletimine eşittir.



($p = \pi D$, $A_c = \pi D^2/4$ for a cylindrical fin)

Alternatif olarak kanattan olan ısı transfer hızı, kanattaki bir diferansiyel hacim elemanından olan ısı transferi dikkate alınıp bütün kanat yüzeyi üzerinden integral alınarak da bulunabilir:

$$\dot{Q}_{\text{fin}} = \int_{A_{\text{fin}}} h[T(x) - T_\infty]\, dA_{\text{fin}} = \int_{A_{\text{fin}}} h\theta(x)\, dA_{\text{fin}}$$

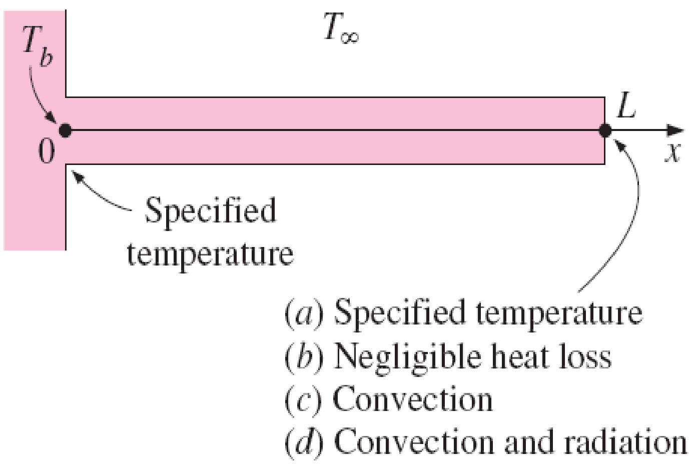
Üniform kesitli uzun dairesel bir kanat ve bu kanat boyunca sıcaklık değişimi

2) Kanat Ucunda İhmal Edilebilir Isı Kaybı (Adyabatik kanat tipi, $Q_{\text{fin tip}} = 0$)

Kanatların uç sıcaklıkları çevre sıcaklığına yaklaşacak kadar uzun olmaları ihtimali yoktur. Kanattan ısı transfer yüzey alanıyla orantılı ve kanat uç yüzeyinin alanı genellikle toplam alanın ihmal edilebilir bir yüzdesi kadar olduğu için, kanat ucundan ısı transferinin ihmal edilmesi daha gerçekçidir.

Kanat ucunda sınır şartı

$$\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0$$



Bazı aritmetik işlemlerden sonra sıcaklık dağılımı bağıntısı

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL}$$

Kanattan olan ısı transfer hızı

$$\dot{Q}_{\text{adiabatic tip}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}$$

$$= \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh mL$$

3) SPECİFİED TEMPRATURE ($T_{fin,tip} = T_L$)

Bu durumda kanat yüzeyinin sıcaklığı belirtilen sıcaklıkta (TL) sabitlenir.

Bu durum, kanat yüzey sıcaklığının T sabitlendiği Sonsuz Uzun kanat vakasının genel bir örneği olarak düşünülebilir.

Boundary condition at fin tip: $\theta(L) = \theta_L = T_L - T_\infty$

Specified fin tip temperature:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{[(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$$

Specified fin tip temperature:

$$\dot{Q}_{\text{specified temp.}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}$$

$$= \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\cosh mL - [(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]}{\sinh mL}$$

4) Kanat Ucunda Taşınım(veya birleşik taşınım ve ışıma)

The fin tips, in practice, are exposed to the surroundings, and thus the proper boundary condition for the fin tip is convection that may also include the effects of radiation. Consider the case of convection only at the tip. The condition at the fin tip can be obtained from an energy balance at the fin tip.

$$(\dot{Q}_{\text{cond}} = \dot{Q}_{\text{conv}})$$

Boundary condition at fin tip: $$-kA_c \frac{dT}{dx}\bigg|_{x=L} = hA_c[T(L) - T_\infty]$$

Convection from fin tip: $$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$$

Convection from fin tip:

$$\dot{Q}_{\text{convection}} = -kA_c \frac{dT}{dx}\bigg|_{x=0}$$

$$= \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$$

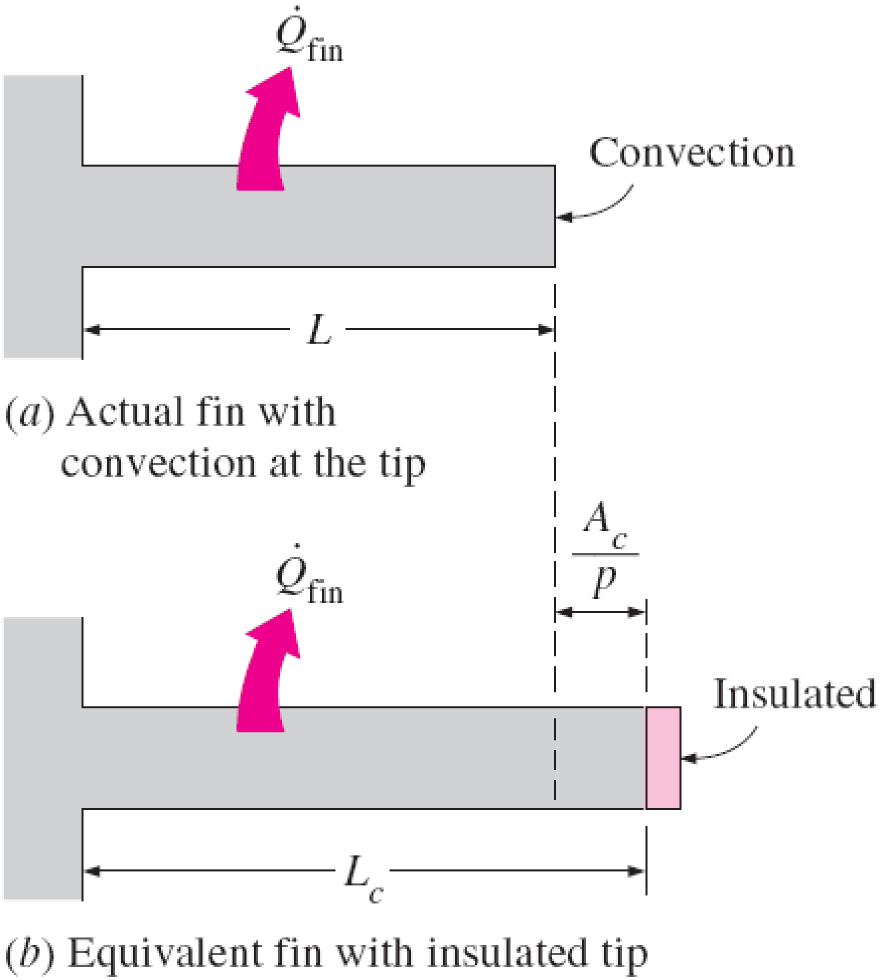
Kanat ucundan ısı kaybını hesaba katmanın pratik bir yolu, yalıtımlı uç durumundaki bağıntıda, kanat uzunluğu L'nin yerine düzeltilmiş uzunluk koyulmaktadır:

$$L_c = L + \frac{A_c}{p}$$

$$L_{c,\text{ rectangular fin}} = L + \frac{t}{2}$$

$$L_{c,\text{ cylindrical fin}} = L + \frac{D}{4}$$

t the thickness of the rectangular fins
D the diameter of the cylindrical fins



Düzeltilmiş kanat uzunluğu Lc, ucu yalıtılmış Lc uzunlukta bir kanattan transfer edilen ısı, ucunda taşınım olan L uzunlukta gerçek kanattan transfer edilen ısıya eşit olacak şekilde tanımlanır.

Kanat Etkinliği

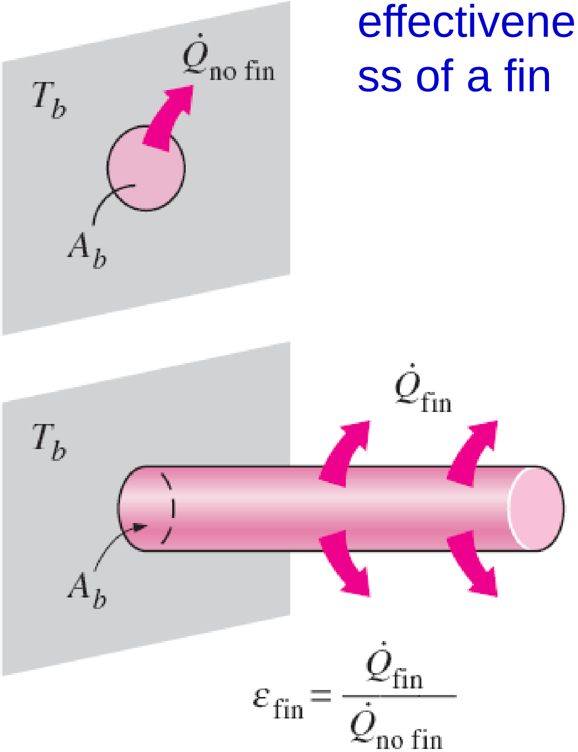
$$\varepsilon_{\text{fin}} = \frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{\dot{Q}_{\text{no fin}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\text{Heat transfer rate from the fin of } \textit{base area } A_b}{\text{Heat transfer rate from the surface of } \textit{area } A_b}$$

$$\boxed{\varepsilon_{\text{fin}} = \frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{\dot{Q}_{\text{no fin}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\eta_{\text{fin}} hA_{\text{fin}}(T_b - T_\infty)}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{A_{\text{fin}}}{A_b}\eta_{\text{fin}}}$$

$$\varepsilon_{\text{long fin}} = \frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{\dot{Q}_{\text{no fin}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \sqrt{\frac{kp}{hA_c}}$$

The effectiveness of a fin

- Kanat malzemesinin k ısıl iletkenliği olabildiğince yüksek olmalıdır. Bu sebeple kanatların –en alışılagelmiş alüminyum, bakır ve çelik olarak- metallerden yapılması **rastlantı değildir.**
- Kanadın çevresinin kesit alanına oranı **p/Ac** olabildiğince yüksek olmalıdır. Bu kriter ince düz kanatlar ve ince iğne kanatlar için sağlanır.
- Kanat kullanımının en etkin olduğu uygulamalar, düşük taşınımın **ısı transfer katsayısı** içeren uygulamalardır. Böylelikle sıvı yerine gaz ortam ve zorlanmış taşınım yerine doğal **taşınımla** ısı transferi olursa kanatların kullanımı çok daha uygun olur.



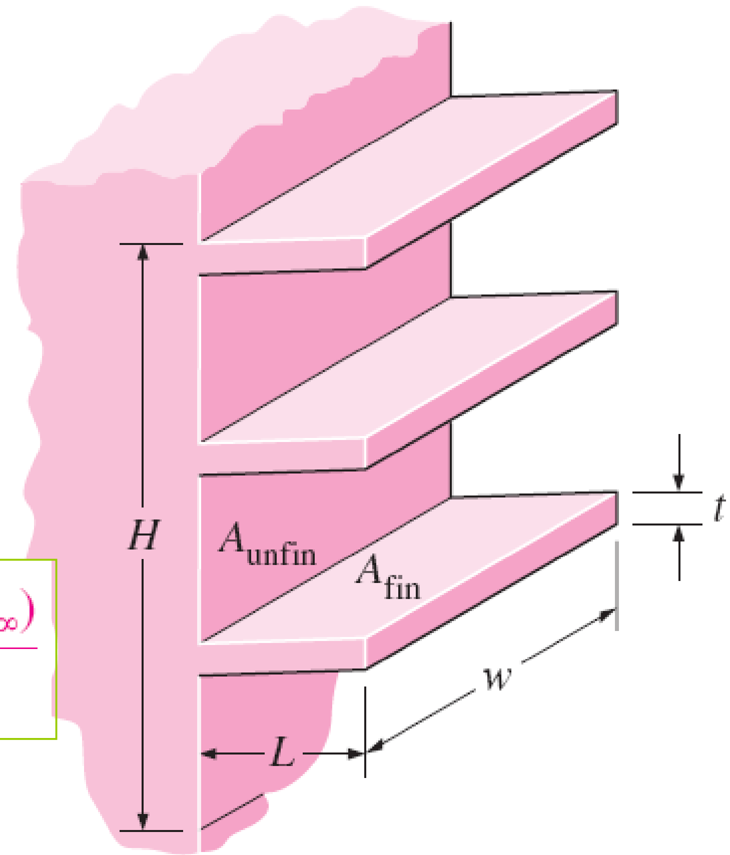
n tane kanat içeren bir yüzey için ısı transfer hızı

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{total, fin}} &= \dot{Q}_{\text{unfin}} + \dot{Q}_{\text{fin}} \\ &= hA_{\text{unfin}}(T_b - T_\infty) + \eta_{\text{fin}} hA_{\text{fin}}(T_b - T_\infty) \\ &= h(A_{\text{unfin}} + \eta_{\text{fin}} A_{\text{fin}})(T_b - T_\infty)\end{aligned}$$

Kanatlı yüzey için toplam etkinlik

$$\varepsilon_{\text{fin, overall}} = \frac{\dot{Q}_{\text{total, fin}}}{\dot{Q}_{\text{total, no fin}}} = \frac{h(A_{\text{unfin}} + \eta_{\text{fin}} A_{\text{fin}})(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{no fin}}(T_b - T_\infty)}$$

- **Dikkat edileceği üzere, toplam kanat etkinliği her bir kanadın etkinliğine olduğu kadar, kanat yoğunluğuna(birim uzunluktaki kanat sayısı) da bağlıdır.**
- Toplam etkinlik, kanatlı yüzeyin performansı için kanatların tek tek etkinliklerinden daha iyi bir ölçüdür.

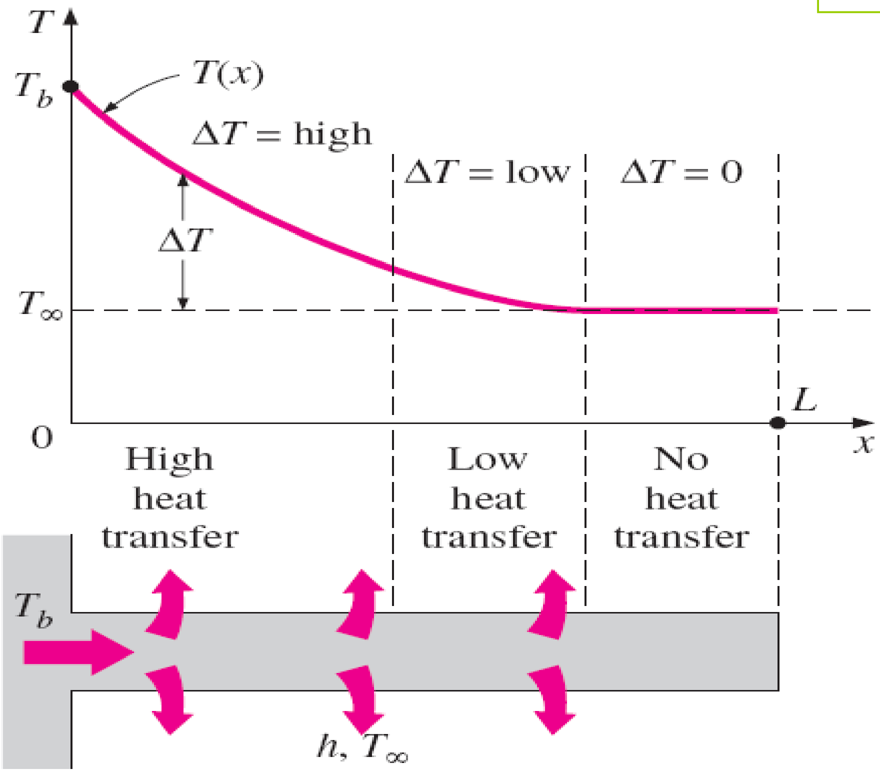


$$\begin{aligned}A_{\text{no fin}} &= w \times H \\ A_{\text{unfin}} &= w \times H - 3 \times (t \times w) \\ A_{\text{fin}} &= 2 \times L \times w + t \times w \\ &\cong 2 \times L \times w \text{ (one fin)}\end{aligned}$$

Üç kanatlı dikdörtgen bir yüzeyin değişik yüzey alanları

Bir kanatın uygun uzunluğu

$$\frac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{\dot{Q}_{\text{long fin}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh mL}{\sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)} = \tanh mL$$



The variation of heat transfer from a fin relative to that from an infinitely long fin

mL	$\dfrac{\dot{Q}_{\text{fin}}}{\dot{Q}_{\text{long fin}}} = \tanh mL$
0.1	0.100
0.2	0.197
0.5	0.462
1.0	0.762
1.5	0.905
2.0	0.964
2.5	0.987
3.0	0.995
4.0	0.999
5.0	1.000

Bir kanattan olan ısı transferinin önce mL ile hemen hemen doğrusal arttığı, fakat daha sonra eğrinin düzleştiği ve yaklaşık mL = 5 civarında sonsuz uzunluktaki kanat değerine eriştiği görülmekte

Uygulamada uzunluğu mL = 1 civarına denk gelen bir kanat, sonsuz uzun bir kanadın transfer edebileceği
Kanat boyunca giderek düşen sıcaklık yüzünden kanat ucu civarındaki bölgenin ısı transferine katkısı azdır veya hiç yoktur.

Kanatların çözümlemesinde kullanılan genel bir yaklaşım, kanat sıcaklığının yalnız- kanat uzunluğu boyunca- tek doğrultuda değiştiğini ve diğer doğrultularda sıcaklık değişimlerinin ihmal edilebilir olduğunu kabul etmektir.
Belki bu tek boyutlu yaklaşımın mantığı sorgulanabilir.
Bu durum, otomobil radyatöründeki kanatlar gibi ince metal yapraklardan yapılmış kanatlar içindir, fakat kalın malzemelerden yapılmış kanatlar için çok emin olunamaz.
Çalışmalar, tek boyutlu kanat çözümlemesinin içerdiği hatanın ihmal edilebilir olduğunu (% 1'den daha az) göstermektedir.

$$\frac{h\delta}{k} < 0.2$$

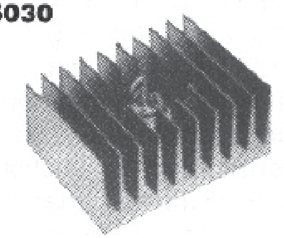
Burada δ karakteristik kanat kalınlığı, dikdörtgen kanatlar için plaka kalınlığı t ve silindirik kanatlar için D çapıdır.

- Isı alıcı denen özel olarak tasarlanmış genellikle elektronik cihazların soğutulmasında kullanılan kanatlı yüzeyler, özel karmaşık geometrileri içerir.
- Isı alıcıların ısı transfer performansı, genellikle °C/W birimiyle R ısıl dirençleri cinsinden yazılır.
- Küçük ısıl direnç değeri, ısı alıcı boyunca küçük bir sıcaklık düşüşünü ve dolayısıyla yüksek kanat verimini gösterir.

$$\dot{Q}_{\text{fin}} = \frac{T_b - T_\infty}{R} = hA_{\text{fin}}\,\eta_{\text{fin}}\,(T_b - T_\infty)$$

Combined natural convection and radiation thermal resistance of various heat sinks used in the cooling of electronic devices between the heat sink and the surroundings. All fins are made of aluminum 6063T-5, are black anodized, and are 76 mm (3 in) long.

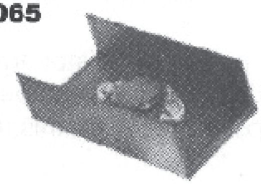
HS 5030



R = 0.9°C/W (vertical)
R = 1.2°C/W (horizontal)

Dimensions: 76 mm × 105 mm × 44 mm
Surface area: 677 cm^2

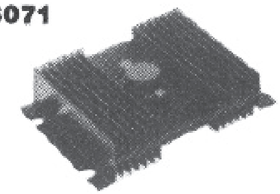
HS 6065



R = 5°C/W

Dimensions: 76 mm × 38 mm × 24 mm
Surface area: 387 cm^2

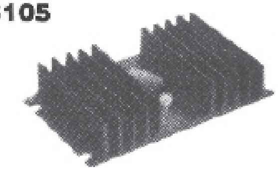
HS 6071



R = 1.4°C/W (vertical)
R = 1.8°C/W (horizontal)

Dimensions: 76 mm × 92 mm × 26 mm
Surface area: 968 cm^2

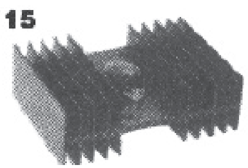
HS 6105



R = 1.8°C/W (vertical)
R = 2.1°C/W (horizontal)

Dimensions: 76 mm × 127 mm × 91 mm
Surface area: 677 cm^2

HS 6115



R = 1.1°C/W (vertical)
R = 1.3°C/W (horizontal)

Dimensions: 76 mm × 102 mm × 25 mm
Surface area: 929 cm^2

GENEL DÜZENLERDE ISI TRANSFERİ

Buraya kadar geniş düzlem duvarlar, uzun silindirler ve küreler gibi basit geometrilerdeki ısı transferi incelendi.

Bunun sebebi, böylesi geometrilerde ısı transferinin tek boyutlu olarak ele alınabilmesi ve basit analitik çözümlerin kolaylıkla elde edilebilmesidir.

Fakat uygulamada karşılaşılan birçok problem iki ya da üç boyutludur ve basit çözümleri olmayan, oldukça karmaşık geometrileri içerirler.

Isı transferi problemlerinin basit çözümleri elde edilen önemli bir grubu sabit T1 ve T2 sıcaklıklarında tutulan iki yüzeylileri kapsar.

Bu iki yüzey arasında sürekli ısı transfer hızı

$$Q = Sk(T_1 - T_2)$$

S uzunluk boyutunda iletim biçim faktörü, k ise yüzeyler arasındaki ortamın ısıl iletkenliğidir.

İletim biçim faktörü yalnızca sistemin geometrisine bağlıdır.

Dikkat edilirse ısı transferi iki yüzey arasında yalnızca iletimle olduğu zaman iletim biçim faktörleri uygulanabilir.

$$S = 1/kR$$

İletim biçim faktörü S ile ısıl direnç R arasındaki bağıntı