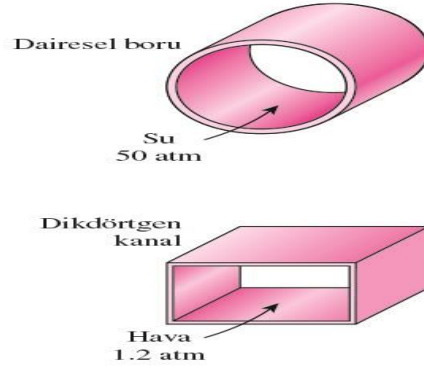


**13. HAFTA**  
**ZORLANMIŞ İÇ KONVEKSİYON**

# Giriş

- Boru ve kanallarda sıvı ve gaz akışı ısıtma/soğutma uygulamalarında ve akışkan dağıtım ağlarında yaygın olarak kullanılmaktadır.
- Bu tür uygulamalarda akışkanlar bir akış yüzeyi boyunca bir pompa ya da fan zoruyla akmaya zorlanır.
- Akışkanların akış teorisi oldukça iyi anlaşılmış olmasına rağmen, teorik çözümler sadece dairesel kesitli boruda tam gelişmiş laminer akış gibi belirli basit durumlarda elde edilebilir.
- Bu yüzden, çoğu akışkan akışı problemine kapalı formda analitik çözümler yerine deneysel sonuçlar ve ampirik bağıntılara güvenmek zorundayız.



**ŞEKİL 8-1**

Dairesel kesitli borular önemli bir şekil değişikliğine uğramadan, iç ile dış arasındaki büyük basınç farklarına dayanabilirler, dairesel kesitli olmayanlar dayanamazlar.

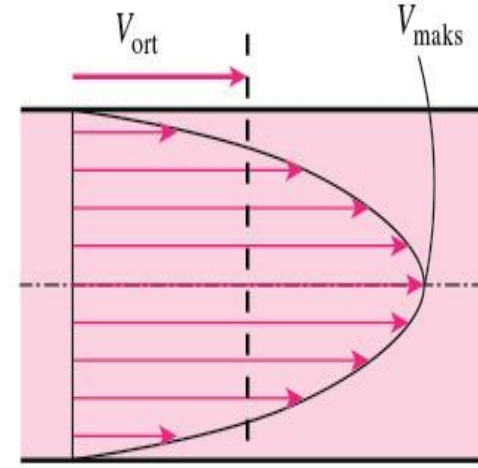
Sabit yüzey alanı için, en az basınç düşüşü karşılığında en fazla ısı transferini dairesel boru verir..

Bir borudaki akışkan hızı kaymama şartından dolayı yüzeyde sıfır hızdan, boru ekseninde bir **maksimuma** kadar değişir.

Akışkan sıkıştırılmaz akışında boru kesit alanı sabit ise değişmeyen  $V_{avg}$  hızı ile çalışmak uygun olur.

Özgül kütle sıcaklığa bağlı olarak değiştiği için, ısıtma ve soğutma uygulamalarındaki ortalama hız da değişebilir.

Fakat uygulamada akışkan özellikleri ortalama bir sıcaklıkta hesaplanır ve sabitmiş gibi işlem görür.



**ŞEKİL 8-2**

$V_{ort}$  bir kesitten geçen ortalama hızdır. Tam gelişmiş laminar akış için  $V_{ort}$  maksimum hızın yarısıdır.

# ORTALAMA HIZ VE SICAKLIK

Akış yönünde herhangi kesitte  $V_{avg}$  değeri

$$\dot{m} = \rho V_{avg} A_c = \int_{A_c} \rho u(r) dA_c$$

R yarıçaplı dairesel bir boruda sıkıştırılmaz akış için ortalama  $V_{avg}$

$$V_{avg} = \frac{\int_{A_c} \rho u(r) dA_c}{\rho A_c} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr$$

Akışkan akışında, bir kesitte değişmeyen  $T_m$  ortalama sıcaklığı ile çalışmak doğrudur.

Ortalama hızdan farklı olarak, akışkan ısıtıldığı (veya soğutulduğu) zaman  $T_m$  ortalama sıcaklığı akış yönünde değişir.

$$\dot{E}_{fluid} = \dot{m} c_p T_m = \int_{\dot{m}} c_p T(r) \delta \dot{m} = \int_{A_c} \rho c_p T(r) u(r) dA_c$$

$$T_m = \frac{\int_{\dot{m}} c_p T(r) \delta \dot{m}}{\dot{m} c_p} = \frac{\int_0^R c_p T(r) \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho V_{avg} (\pi R^2) c_p} = \frac{2}{V_{avg} R^2} \int_0^R T(r) u(r) r dr$$

# Boruların İçinde Laminer ve Türbülanslı Akış

- Bir borudaki akış, akış şartlarına bağlı olarak **laminer** veya **türbülanslı** olabilir.
- Akışkanların düşük hızda akışı akım çizgili ve dolayısıyla **laminerdir**, fakat hız belirli bir kritik değerin üstüne çıktığında türbülanslı akışa dönüşür.
- Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş aniden olmaz, akışın tam türbülanslı olmadan önce laminar ve türbülanslı akış arasında dalgalandığı bir hız aralığında gerçekleşir.
- Uygulamada karşılaşılabilecek çoğu boru akışı türbülanslıdır.
- Laminer akışa, küçük çaplı borularda veya dar aralıklarda yağ benzeri oldukça yüksek viskoziteli akışkanlar aktığı zaman rastlanır.
- Laminerden türbülanslı akışa geçiş, yüzey pürüzlülüğü, boru titreşimleri ve akışta çalkantıların oluşturduğu akış karışık derecesine bağlıdır.
- **Re<2300** için borudaki akış laminerdir, **Re>10000** için türbülanslıdır ve iki sayı arası bölgede geçişlidir (transitional)

## Dairesel boru içinde akış için reynolds sayısı

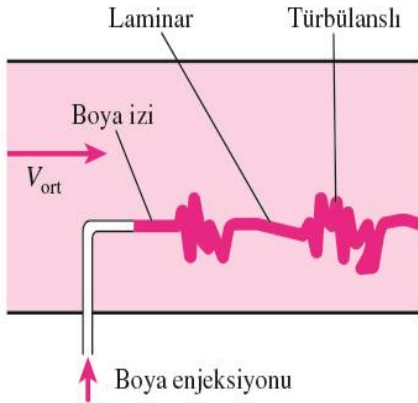
$$Re = \frac{V_{avg}D}{\nu} = \frac{\rho V_{avg}D}{\mu} = \frac{\rho D}{\mu} \left( \frac{\dot{m}}{\rho \pi D^2/4} \right) = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D}$$

Dairesel olmayan borular için Reynolds sayısı gibi Nusselt sayısı ve sürtünme faktörü de hidrolik çap  $D_h$ 'a bağlıdır.

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Circular tubes:

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4\pi D^2/4}{\pi D} = D$$



**ŞEKİL 8-5**

Geçişli akış bölgesinde akış laminar ile türbülans arasında gelişigüzel değişir.

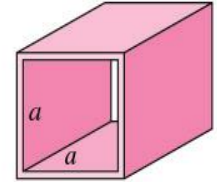
Genel uygulamalarda  $Re < 2300$  için borudaki akış laminardır,  $Re > 10000$  için türbülanslıdır ve iki sayı arası bölgede geçişlidir (transitional).

Dairesel boru:



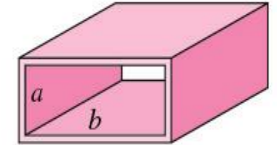
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

Kare kanal:



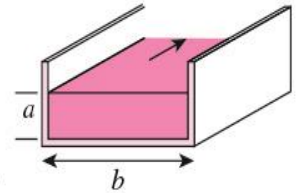
$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

Dikdörtgen kanal:



$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Kanal:



$$D_h = \frac{4ab}{2a+b}$$

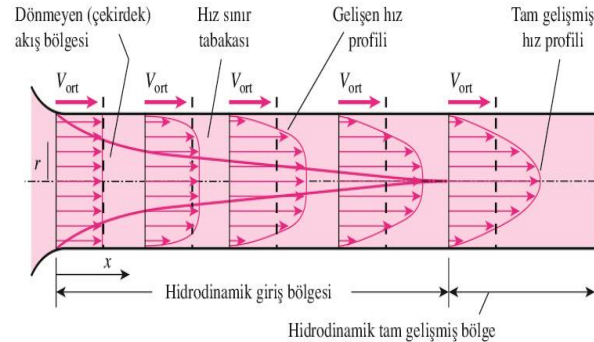
**ŞEKİL 8-4**

Dairesel borular için  $D_h = 4A_c/p$  hidrolik çap, kendi doğal çapına indirgenecek biçimde tanımlanır.

# Giriş Bölgesi

- **Hız Sınır Tabakası(Sınır Tabakası):** İçerisinde akışkan viskozitesinin doğurduğu viskoz kayma kuvvetlerinin etkilerinin duyulduğu akış bölgesi hız sınır tabakası olarak adlandırılır.
- **Sınır Tabakası Bölgesi:** İçinde viskoz etkilerin ve hız değişimlerinin önemli boyutlarda olduğu bölgedir.
- **Dönel olmayan (çekirdek) akış bölgesi:** İçinde sürtünme etkileri ihmal edilebilen ve hızın esasen radyal yönde sabit kaldığı bölgedir.
- **Hidrokinamik giriş bölgesi:** Borunun girişinden itibaren sınır tabakanın boru eksen çizgisiyle birleştiği noktaya kadar olan bölgeye denir.
- **Hidrokinamik giriş uzunluğu  $L_H$ :** Bahsedilen bölgenin uzunluğudur.
- **Hidrokinamik tam gelişmiş bölge:** Giriş bölgesinin ilerisinde hız profilinin tam olarak geliştiği ve değişmeden kaldığı bölgeye denir.

Bu bölgenin **hız profilinin** oluştuğu bölge olması sebebiyle bölgedeki akışa hidrokinamik olarak gelişen akış denir



**ŞEKİL 8-6**

Bir boruda sınır tabakanın gelişimi. (Görüldüğü gibi gelişmiş ortalama hız profili laminar akışta parabolik, fakat türbülanslı akışta bir dereceye kadar daha basık veya doludur.)

İç akıştaki akışkan özellikleri genelde giriş ve çıkıştaki akışkan sıcaklıklarının aritmetik ortalaması olan **ortalama akışkan sıcaklığı** ile hesaplanır.  $T_b = (T_{m,i} + T_{m,e})/2$

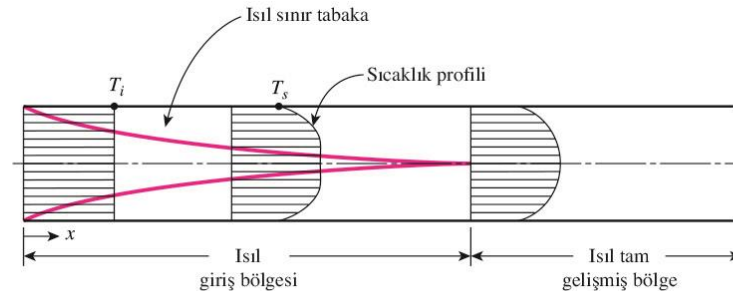
**Isıl giriş bölgesi:** Üzerinde ısıl sınır tabakasının oluştuğu ve boru merkezine ulaştığı bölgeye denir.

**Isıl giriş uzunluğu:** Bahsedilen bölgenin uzunluğuna denir.

**Isıl olarak gelişen akış:** Isıl giriş bölgesindeki akıştır. Burada hız profili oluşur.

**Isıl olarak tam gelişmiş bölge:** Isıl giriş bölgesinin ilerisinde, boyutsuz hız profilinin değişmeden kaldığı bölgedir.

**Tam gelişmiş akış bölgesi:** Akışın hidrodinamik ve ısıl olarak tam gelişmiş olduğu, hız ve boyutsuz sıcaklık profillerinin değişmeden kaldığı bölgedir.



**ŞEKİL 8-7**

Bir boruda ısıl tabakanın gelişmesi.  
(Borudaki akışkan soğutulmaktadır.)



## Hidrodinamik tam gelişmiş akış :

$$\frac{\partial u(r, x)}{\partial x} = 0 \longrightarrow u = u(r)$$

## Isıl tam gelişmiş akış :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right] = 0 \quad \text{Yüzey ısı akısı}$$

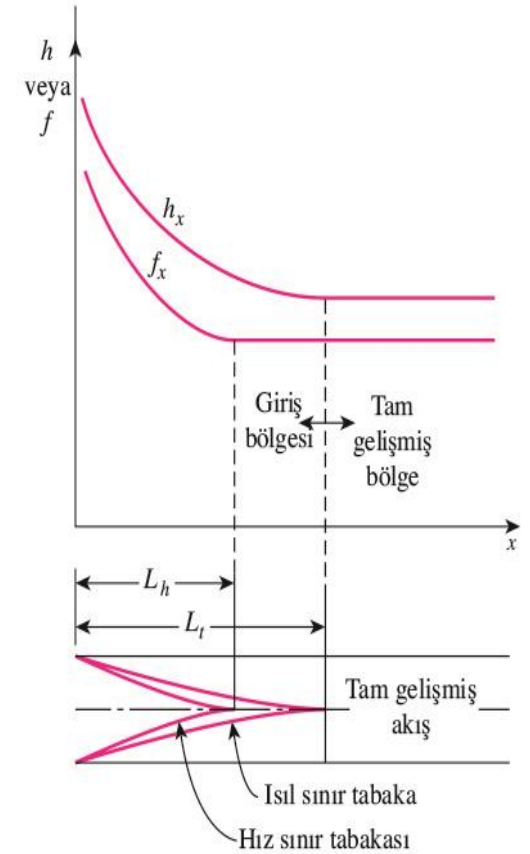
$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) = k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} \longrightarrow h_x = \frac{k(\partial T / \partial r)|_{r=R}}{T_s - T_m}$$

Borunun ısıl olarak tam gelişmiş bölgesinde, **yerel konveksiyon katsayısı** sabittir (x ekseninde değişmez).

Dolayısıyla sürtünme(çeper kayma gerilmeleriyle ilintilidir) ve konveksiyon katsayıları bu bölgede sabittir.

Bir borudan akarken ısıtılan ya da soğutulan bir akışkan ele alınsın. Şekil 8-8'den de görülebileceği gibi sınır tabaka kalınlıklarının **en küçük** olduğu boru girişinde çeper kayma gerilmesi ve ısı transfer katsayısı en yüksektir ve tam gelişmiş değerlere doğru giderek azalır.

**Bu sebeple borunun giriş bölgelerinde basınç düşüşü ve ısı akısı daha yüksektir ve giriş bölgesinin etkisi, bütün boruda ortalama sürtünme faktörü ve ısı transfer katsayısını her zaman artırır.**



### ŞEKİL 8-8

Bir boru içindeki akış için, akış yönünde sürtünme faktörü ve taşınım ısı transfer katsayısının değişimi ( $Pr > 1$ ).

## Giriş uzunlukları

$$L_{h, \text{ laminar}} \approx 0.05 \text{ Re } D$$

$$L_{t, \text{ laminar}} \approx 0.05 \text{ Re Pr } D = \text{Pr } L_{h, \text{ laminar}}$$

$$L_{h, \text{ turbulent}} \approx L_{t, \text{ turbulent}} \approx 10D$$

- Nusselt sayıları ve dolayısıyla h değerleri giriş bölgesinde çok daha yüksektir.
- Nusselt sayısı çapın on katından yakın bi bölgede sabit bir değere ulaşır, dolayısıyla  $x > 10D$  değeri için akış tam gelişkin kabul edilebilir.
- Üniform yüzey sıcaklığı ve üniform yüzey ısı akısı şartlarında **Nusselt sayıları** tam gelişkin bölgelerde özdeş ve giriş bölgelerinde yaklaşık olarak özdeştir.

# GENEL ISIL ÇÖZÜMLEME

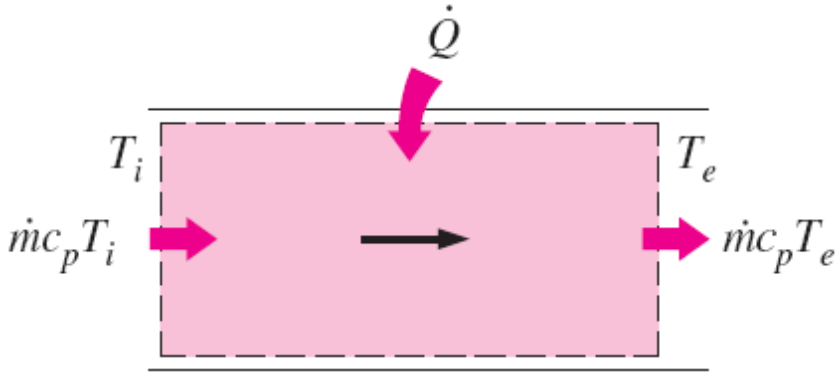
Isı transferi hızı

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \quad (\text{W})$$

Yüzey ısı akısı ( $h_x$  yerel ısı transferi katsayısıdır)

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) \quad (\text{W/m}^2)$$

$h_x$  the *local* heat transfer coefficient



Energy balance:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

- Yüzeydeki ısı duruma aşağıdaki şekilde yaklaşılabilir:  
sabit yüzey sıcaklığı ( $T_s = \text{sabit}$ ) sabit yüzey ısı akısı ( $q_s = \text{Sabit}$ )
- Sabit yüzey sıcaklığı şartı kaynama ya da yoğuşma (condensation) gibi bir faz değişimi durumu olduğunda gerçekleşir.
- Sabit yüzey ısı akısı durumu ise boru radyasyon veya elektrik direnciyle ısıtma gibi, bütün yönlerden eşit olarak ısıtma gibi durumlarda gerçekleşir.
- Boru yüzeyinde  $T_s = \text{sabit}$  ya da  $q_s = \text{Sabit}$  durumlarından biri oluşabilir, ancak ikisi oluşamaz.

Bir boruda akan akışkana gerçekleşen ısı transferi, akışkanın enerjisindeki artışa eşittir.

## Sabit Yüzey Isı Akısı ( $q_s = \text{sabit}$ )

Isı transferi oranı

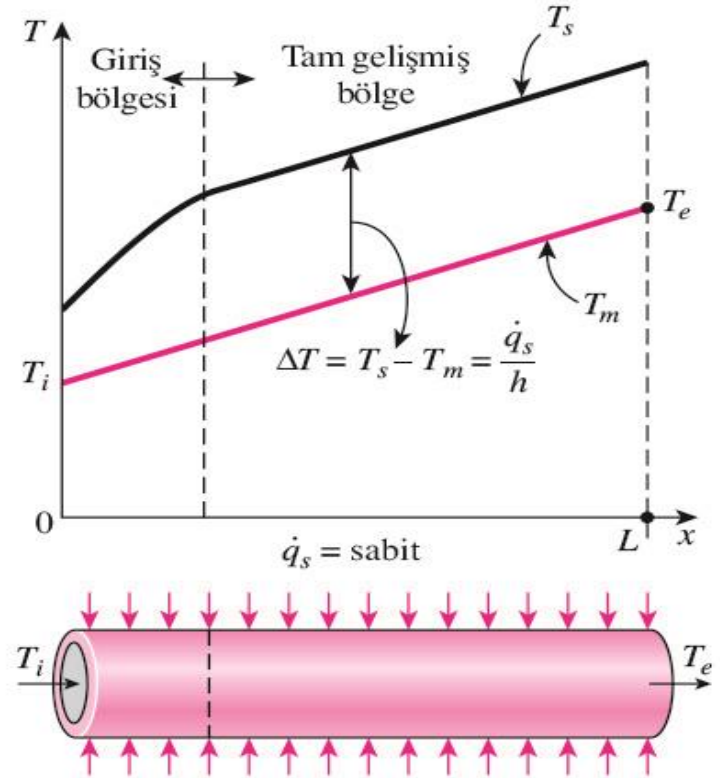
$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m} c_p (T_e - T_i) \quad (\text{W})$$

Boru çıkışında ortalama akışkan sıcaklığı

$$T_e = T_i + \frac{\dot{q}_s A_s}{\dot{m} c_p}$$

Yüzey sıcaklığı

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \longrightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h}$$



**ŞEKİL 8-11**

Sabit yüzey ısı akısı durumu için boru boyunca *boru yüzeyi ve ortalama akışkan sıcaklıklarının* değişimi.

$$\dot{m}c_p dT_m = \dot{q}_s(pdx) \longrightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m}c_p} = \text{constant}$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{dT_s}{dx}$$

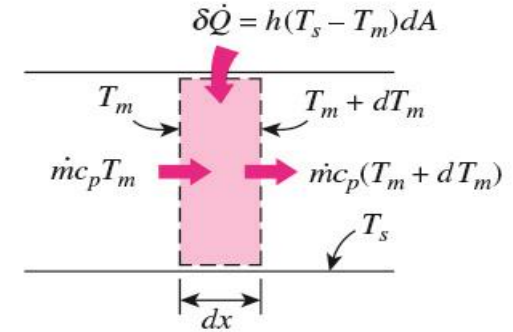
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{T_s - T_m}{T_s - T_m} \right) = 0 \longrightarrow \frac{1}{T_s - T_m} \left( \frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T_m}{\partial x} \right) = 0$$

$$\longrightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m}c_p} = \text{constant}$$

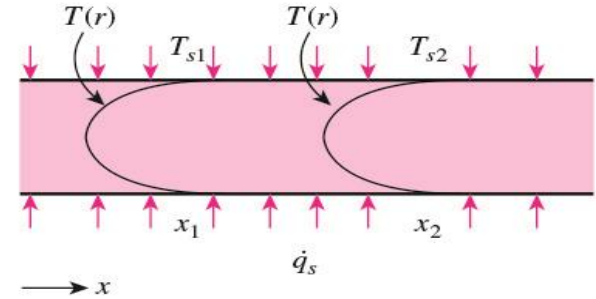
*Dairesel boru:*

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{\text{avg}} c_p R} = \text{constant}$$



**ŞEKİL 8-12**

Bir boruda bir diferansiyel kontrol hacmi için enerji etkileşimleri.



**ŞEKİL 8-13**

Sabit yüzey akısına açık bir borunun tam gelişmiş bölgesinde sıcaklık profilinin şekli değişmeden kalır.

# Sabit Yüzey Sıcaklığı ( $T_s = \text{sabit}$ )

Bir boruda akan akışkandan ya da akışkana olan ısı transferi hızı

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{avg}} = hA_s (T_s - T_m)_{\text{avg}} \quad (\text{W})$$

$\Delta T_{\text{avg}}$  değerini ifade etmenin uygun iki yolu:

- Aritmetik ortalama sıcaklık farkı
- Logaritmik ortalama sıcaklık farkı

Aritmetik ortalama sıcaklık farkı

$$\Delta T_{\text{avg}} \approx \Delta T_{\text{am}} = \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} = \frac{(T_s - T_i) + (T_s - T_e)}{2} = T_s - \frac{T_i + T_e}{2} = T_s - T_b$$

*Yığık ortalama akışkan sıcaklığı:  $T_b = (T_i + T_e)/2$*

Aritmetik ortalama sıcaklık farkını kullanarak akışkan sıcaklığının boru boyunca doğrusal fonksiyon olarak

(linear) değiştiğini kabul ederiz ki,  $T_s = \text{sabit}$  iken zor görülen bir durumdur.

Bu basit yaklaşım genellikle kabul edilebilir sonuçlar verir, ancak her zaman vermez.

*Bu yüzden,  $\Delta T_{\text{avg}}$  değerini hesaplamak için daha iyi bir yöntem gerekmektedir.*

$$\dot{m}c_p dT_m = h(T_s - T_m)dA_s$$

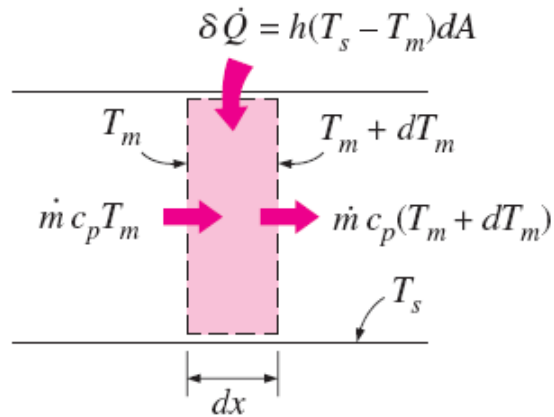
$$dA_s = p dx \quad dT_m = -d(T_s - T_m)$$

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m}c_p} dx$$

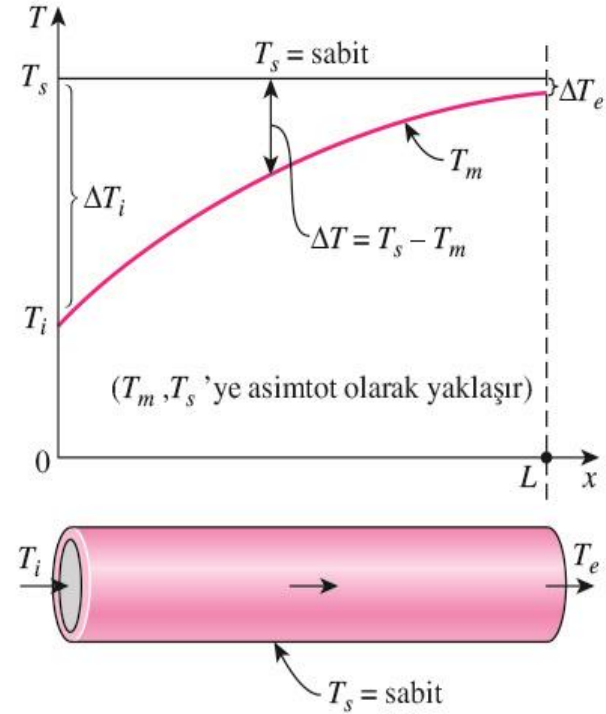
$x = 0$ 'dan itibaren (boru girişi,  $T_m = T_i$ )  $x = L$ 'ye (boru çıkışı,  $T_m = T_e$ ) entegre edersek

$$\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m}c_p}$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s/\dot{m}c_p)$$



Diferansiyel bir kontrol hacmindeki enerji etkileşimleri.



**ŞEKİL 8-14**

Sabit sıcaklık durumu için boru boyunca ortalama akışkan sıcaklığının değişimi.

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\ln} \quad \Delta T_{\ln} = \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)}$$

log mean temperature difference

**NTU:** *Transfer birimlerinin sayısı.* Isı transferi sistemlerinin etkinliği için bir ölçü.

NTU = 5 için,  $T_e = T_s$ , olur ve ısı transferi limitine ulaşılmış olur.

Küçük NTU değeri ısı transferi için daha fazla imkan olduğunu belirtir.

$\Delta T_{\ln}$  akışkan ve yüzey arasında ortalama sıcaklık farkının kesin bir göstere midir.

$\Delta T_e$   $\Delta T_i$  değerinden %40'tan az saptığı sürece, aritmetik ortalama sıcaklık formülünün kullanımından doğan hata

%1'den düşüktür.