# A.Ü. Beypazarı MYO
# İstatistik Dersi

## Ünite 8

# Olasılığa Giriş ve Temel Olasılık Hesaplamaları

Dr. Mustafa Cumhur AKBULUT

# Ünite Konu Başlıkları

1. Olasılık Kavramı
2. Olasılığın Tanımı
3. Olasılık Hesaplama
    - Basit Olayların Olasılığı
    - Birleşik Olayların Olasılığını Hesaplama
4. Koşullu Olasılık ve Bağımsızlık

# Olasılık Kavramı

Günlük hayatta olasılık kavramına vurgu yapan **sık sık, nadiren, belki,** vb. kelimeleri ifadelerimizde cümlelerimizde sıklıkla kullanırız.

- Bu dersten geçmem çok zor.
- Bu gün büyük bir ihtimalle yağmur yağacak
- Havayolu ile seyahat etmek en güvenli yol. Uçaklar çok nadir kaza yapıyorlar.
- İstanbul'da 30 yıl içerisinde 7 ve üzerinde bir depremi %70 olasılıkla bekliyoruz.
- Penisiline alerjim varmış. İnsanlarda çok sık gözlenen bir durum değilmiş.
- Ülkemizde iş kazalarında ölüm oranı 100.000 de 6 iken; Hollanda da ise 100.000 de 1 miş.

İfadelerde vurgulanan bu durum, belirsizliği ve bilgi eksikliğini ifade etmektedir.

# Olasılık Kavramı

Bu alandaki deneyimler, bir olay (aynı koşullarda) **çok kez** gözlemlendiğinde ortaya çıkan sonuçların belli bir **kurala bağlı** olarak gerçekleştiğini göstermektedir.

Örneğin, bir tavla zarı atıldığında yüzeylerinde yazılı olan rakamlardan birisi gelecektir. Ama sonucun ne olacağını (kesin olarak) **önceden belirleyen bir kural** yoktur. Ancak zar **defalarca** atıldığında gelen sayılar için (ortaya çıkan sonuçlar için) belli bir kuralın (hangi sonuçlarla ne oranda karşılaşılabileceği) geçerli olduğu gözlenebilir.

Öğrencilerin bir sınavdan aldığı notlar rastgele olarak değişir. Çok sayıda öğrencinin aynı sınavdan aldığı notların belli bir merkezde (ortalama etrafında) yoğunlaştığını çok az öğrencinin çok yüksek yada çok düşük puanlar aldığını gözlemleriz.

# Olasılık

Olasılık, bir şeyin olmasının veya olmamasının matematiksel değeri veya “olabilirlik yüzdesi”, değeridir. TDK’ ya göre ise olasılık;

Bir şeyin olabilmesi durumu, olabilirlik, ihtimal.

O zamana kadar yapılan deneylerle bir olayın ortaya çıkmasının beklenilmesi ancak yine de tam bir kesinliğin bulunmaması durumu şeklinde tanımlanmıştır.

Herhangi bir olayın meydana gelme şansını ölçmeyle ilgilenen olasılık, istatistiğin önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. İstatistiğin çıkarsama (öngörü) temelini oluşturan olasılık, belirsizlik durumunda sağlıklı kararlar vermeyi sağlamaktadır.

Olasılık değeri P ile gösterilir. Bir A olayının olasılığı ise P(A) şeklinde gösterilir.

$$0 \le P(A) \le 1$$

# Deney, Sonuç, Örnek uzay

**Deney:** Teorik olarak belirli koşullar altında sonsuz defa tekrarlanabilen, her tekrarında değişik sonuçların elde edilebildiği ve **muhtemel sonuçların çok iyi tanımlandığı** bir süreçtir.

**Örnek Uzay:** Bir deneyde elde edilebilecek sonuçların kümesidir. Bir olayın sonucu olarak oluşması mümkün olan tüm sonuçların bulunduğu yer örnek uzay olarak kabul edilir. Örnek uzay, **S** ile gösterilir.

**Olay:** Örnek uzayın herhangi bir alt kümesine “Olay” denir. Olay, araştırmacının ilgilendiği durumu/durumları tanımlar.

| Örnekler | Deney | Sonuç | Olası Tüm Sonuçlar |
|---|---|---|---|
| |  | Yazı | S={Yazı, Tura} |
| |  | Dört | S={Bir, iki, üç, dört, beş, altı} |
| |  | Erkek | S={Kadın, Erkek} |
| |  | $x_1$=3 Saat 15 dak. | S={$x \geq 0$} |

## Bir Olayın Olasılığı

Bir deneyde N farklı sonuç **eşit olarak** elde ediliyorsa ve bu sonuçlardan $\mathbf{n_A}$ tanesi ilgilendiğimiz durumu (örneğin A olayını) sağlıyorsa;

A olayının olasılığı: $$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

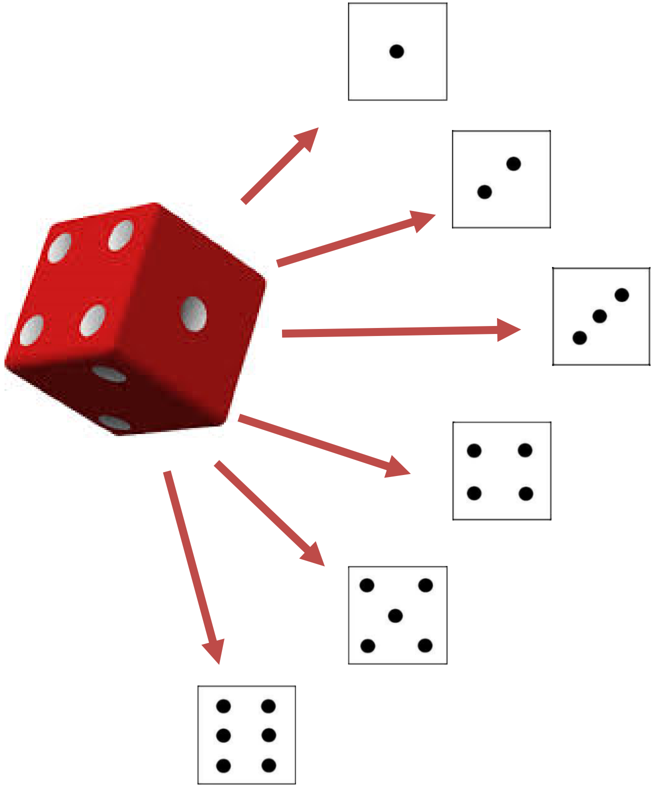
Özellikle şans oyunları denemelerinde olası sonuçların her birinin eşit olasılıklarla meydana geldiği düşünülebilir dolayısıyla sonuçlara aynı olasılıklar atanır.

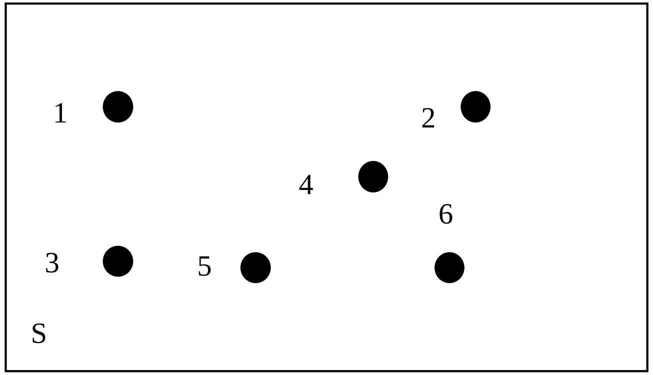
N sonuçlu bir örneklem uzayının eşit olasılığı durumu her bir sonucun olasılık değerinin 1/N alınmasını gerektirir.

$$P(A) = \frac{\text{Örneklem uzayında A olayını sağlayan sonuçların sayısı}}{\text{Örneklem uzayındaki tüm sonuçların sayısı}}$$

# Örnek

Zarın bir defa atılması deneyinde ortaya çıkabilecek sonuçlar nelerdir?





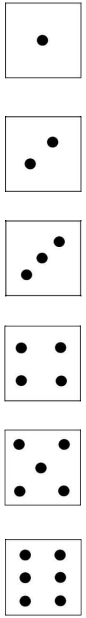
**Örnek:** Hilesiz bir zarın bir defa atılması deneyinde A olayını, zarın çift sayı gelmesi olarak tanımlayalım. A olayının (zarın çift sayı gelmesi) olasılığını bulalım.

A olayı deney sonucu 2 **yada** 4 **yada** 6

$$N = 6 = N_s$$

$$N \times P(e_i) = 1$$

$$P(e_i) = \frac{1}{6}$$



$$P(e_1) = \frac{1}{6}$$

$$P(e_2) = \frac{1}{6}$$

$$P(e_3) = \frac{1}{6}$$

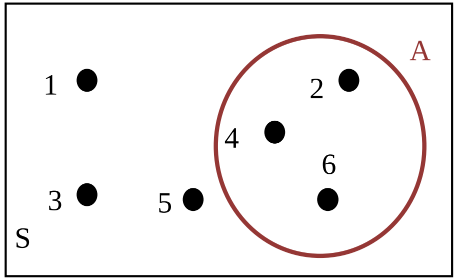
$$P(e_4) = \frac{1}{6}$$

$$P(e_5) = \frac{1}{6}$$

$$P(e_6) = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = P(e_2) + P(e_4) + P(e_6)$$

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$




S={1, 2, 3, 4, 5, 6}
ve N=6

A={2, 4, 6}
ve $n_A$=3 olduğundan

$$P(A) = \frac{n_A}{N} = \frac{3}{6}$$

Özellikle şans oyunları denemelerinde sonuçların her birinin eşit olasılıklarla meydana geldiği düşünülerek her bir sonucun olasılık değeri 1/N alınabilir.

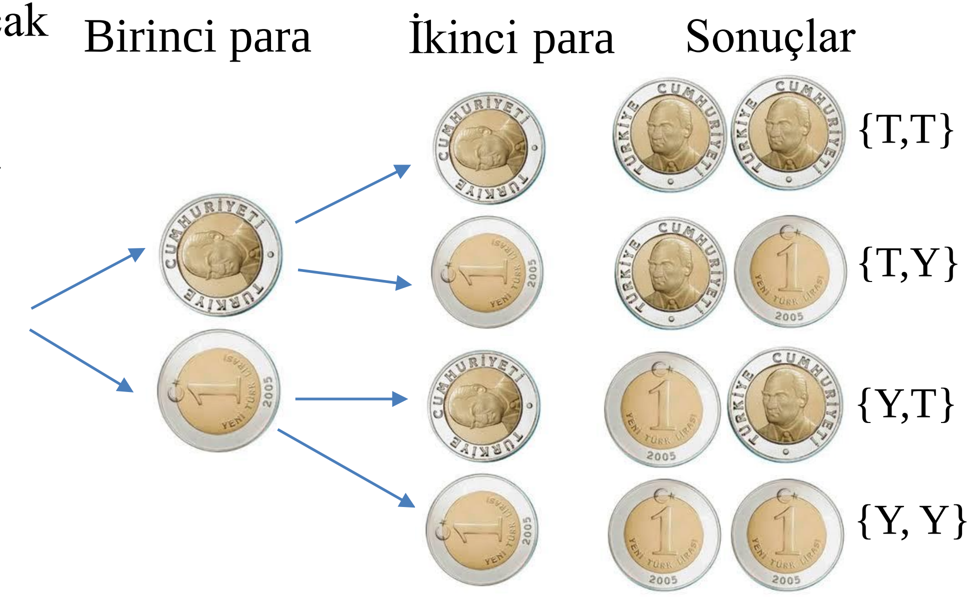
## Örnek

Hilesiz bir madeni para 2 kez atılıyor. En az birinin yazı gelmesi olasılığı nedir?

## Çözüm

Bir madeni paranın atılışında muhtemel iki sonuç olduğuna göre;

Birinci para için farklı sonuç sayısı {Y,T}ise **$n_1$=2**
İkinci para için farklı sonuç sayısı {Y,T}ise **$n_2$=2**
2 deneyden oluşan bir **deney dizisi** için ortaya çıkacak muhtemel sonuçların sayısı **$2x2=2^2$ =4 olur.**



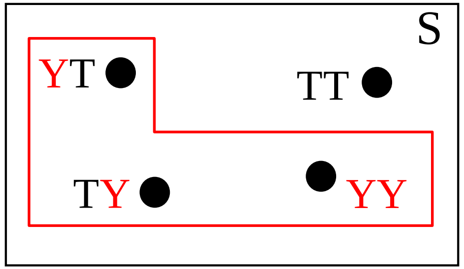

Her sonuca bir olasılık atanırsa

4P=1 ⇒ P=1/4

A={YY, YT, TY} ve $n_a$=3

P(A)=P(YY)+P(YT)+P(YT)

P(A)=1/4+1/4+1/4=3/4




$$P(A) = \frac{n_a}{N} = \frac{3}{4}$$

## Örnek

52 kartlık oyun kağıdı destesinden rastgele bir kart seçilsin. Seçilen kartın;

A. Vale
B. Kırmızı
C. Maça

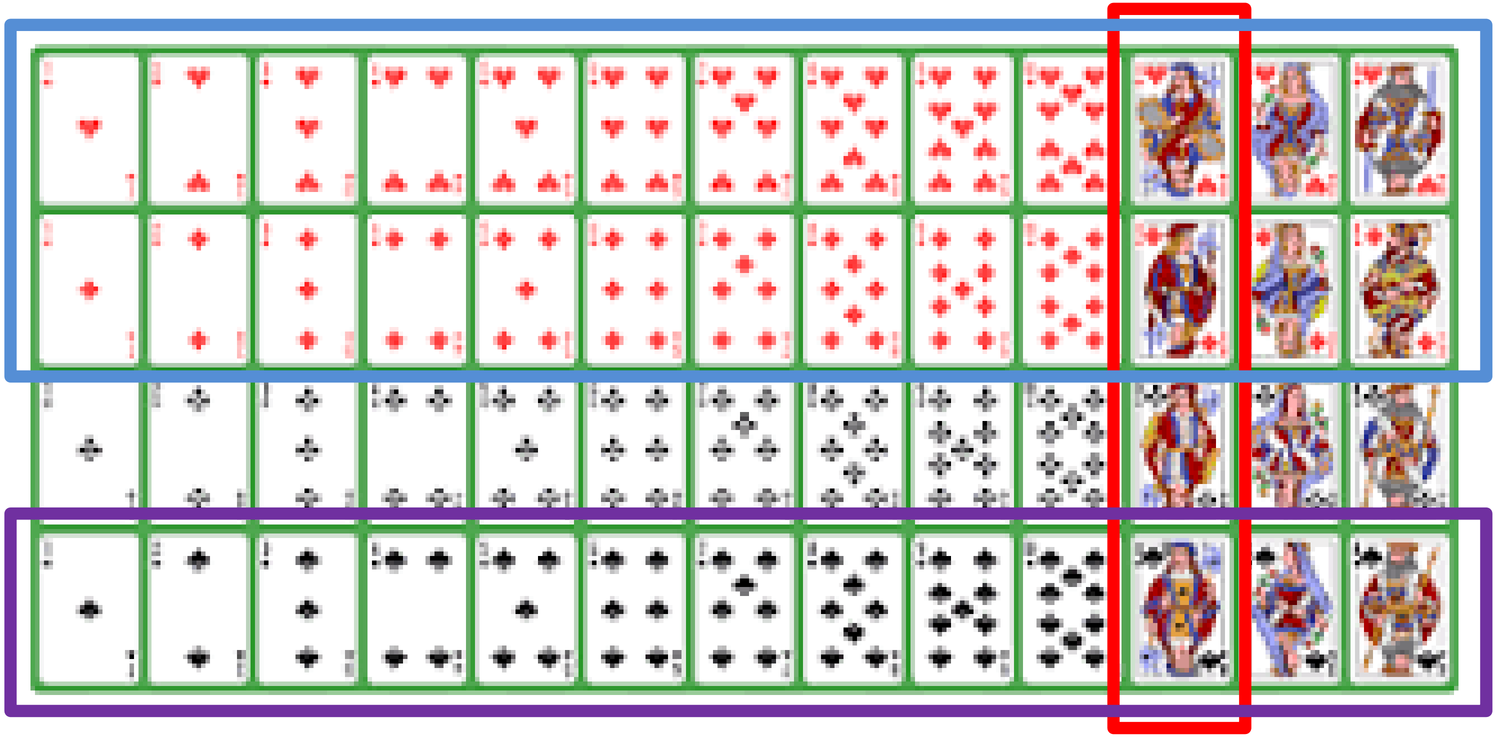
Gelme olasılığı nedir?

## Çözüm

$$P(A)=\frac{n_a}{N}=\frac{4}{52}$$

$$P(B)=\frac{n_b}{N}=\frac{26}{52}$$

$$P(C)=\frac{n_c}{N}=\frac{13}{52}$$



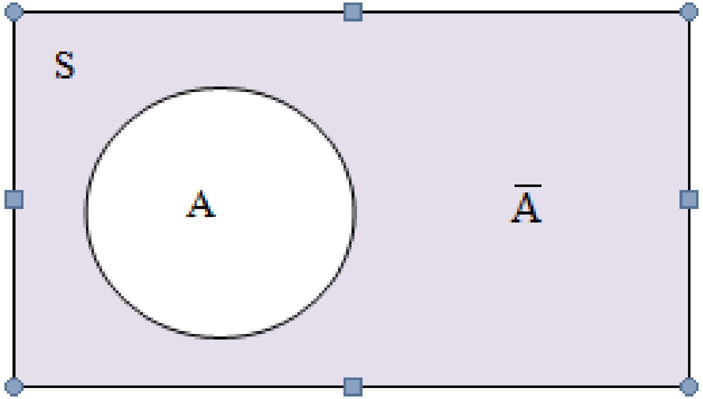
## Tümleyen olayın Olasılığı

A olayı, S örnek uzayın da tanımlı bir olay olsun. S kümesinde yer alan fakat A kümesinde yer **almayan** sonuçların oluşturduğu kümeye A kümesinin tümleyeni denir ve $\bar{A}$ ile gösterilir.

$n(S) = N$ ; Örnek uzayındaki sonuçların sayısı

$n(A) = n_A$ ; A olayını sağlayan sonuçların sayısı

$n(\overline{A}) = n_{\overline{A}}$ ;A olayını sağlamayan sonuçların sayısı $(N-n_A)$




$$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 = P(S)$$

$$P(\overline{A}) = \frac{N-n_A}{N} = \frac{N}{N} - \frac{n_A}{N}$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

## Örnek

Bir bilgisayar Laboratuvarında bulunan 25 bilgisayardan 5 tanesi bozuktur. Bu bilgisayarlardan bir tanesinin rastgele seçilerek açılması deneyinde birbirini Tümleyen (bütünleyici) olayları tanımlayınız ve bunların olasılıklarını bulunuz.

## Çözüm :

Rastgele seçilen bilgisayar ya bozuktur ya da sağlamdır. Dolayısıyla bu deney için birbirini Tümleyen (bütünleyici) iki sonuç vardır. Bunlar;

$A = \text{seçilen bilgisayar bozuktur.}$

$\overline{A} = \text{Seçilen bilgisayar bozuk değildir.}$

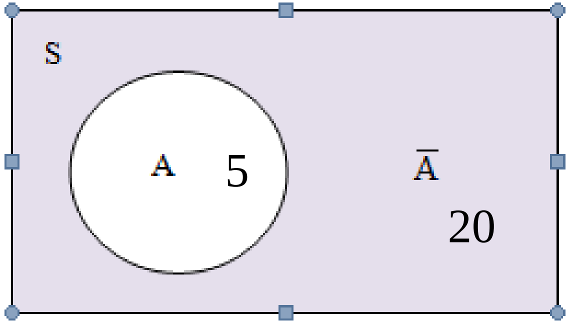
$N = 25$

$n_A = 5$

$n_{\overline{A}} = 20$

$$P(A) = \frac{n_A}{N} = \frac{5}{25} = 0,20$$

$$P(\overline{A}) = \frac{n_{\overline{A}}}{N} = \frac{20}{25} = 0,80$$



## Örnek

Hilesiz bir zarın bir defa atılması deneyinde A olayını zarın 2 gelmesi olarak tanımlayalım. A olayının tümleyeninin olasılığını bulalım.

## Çözüm :

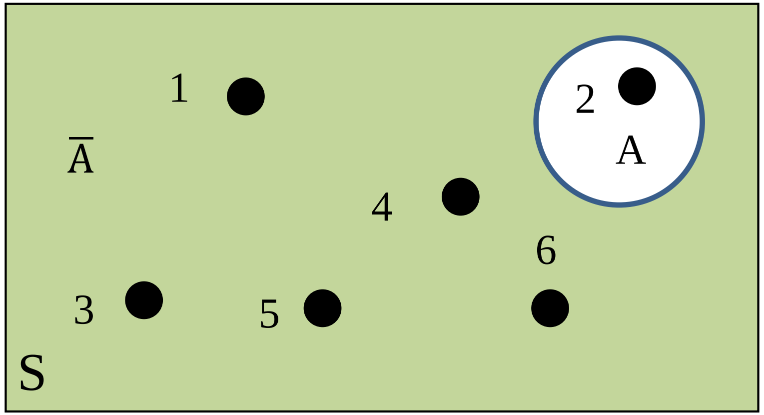
A olayı zarın 2 gelmesi P(A)= 1/6

$\bar{A}$ olayı ise zarın 2 gelmemesi olarak tanımlanır.

P(A)+P($\bar{A}$)=1 ise P($\bar{A}$)=1- P(A)

P($\bar{A}$)=1- 1/6

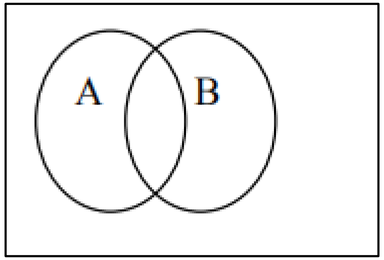
P($\bar{A}$)=5/6



## İki olayın olasılığı (Toplama Kuralı)

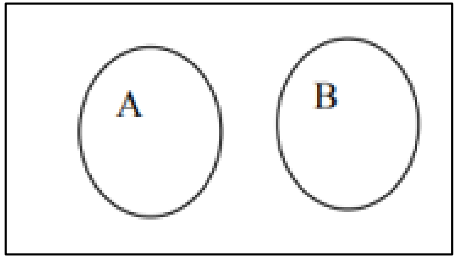
A ve B gibi iki olay S örnek uzayında tanımlansın. Bu olayların $A \cup B$ şeklinde gösterilen birleşimi, A olayını ya da B olayını ya da her iki olayı da birlikte sağlayan sonuçların oluşturduğu kümedir.

**$A \cup B$ olayı, bu iki olaydan en az biri gerçekleştiğinde gerçekleşir.**




$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Olayların birleşimine ilişkin olasılık, söz konusu iki olayın gerçekleşme olasılıklarının toplamından olayların birlikte görülmesi olasılığının çıkarılmasıyla elde edilmektedir. A ve B olayları **ayrık** ise;



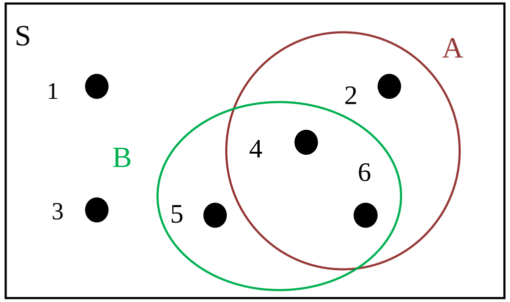

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

## Örnek

Zarın bir defa atılması deneyinde
A olayı gelen sayının çift sayı olması
B olayı da gelen sayının 3 ten büyük olması şeklinde tanımlansın.
Gelen sayının 3’ten büyük **ya da** çift olması olasılığını bulunuz.

## Çözüm:

Olayları sağlayan temel sonuçları kümeler ve Venn şeması kullanarak gösterelim.




S={1,2, 3, 4, 5, 6}

A={2, 4, 6}

B={4, 5, 6}

A∩B={4, 6}

$$P(A)=\frac{3}{6}$$

$$P(B)=\frac{3}{6}$$

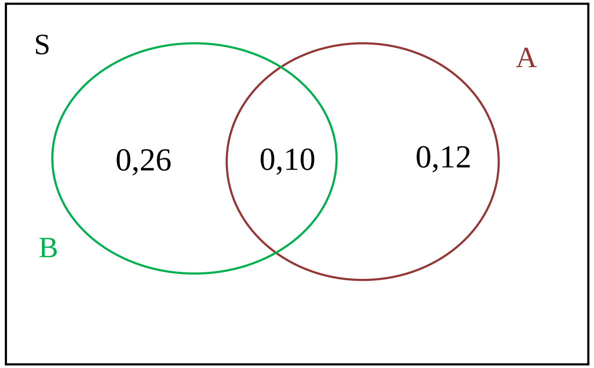
$$P(A\cap B)=\frac{2}{6}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cup B)=\frac{3}{6}+\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}$$

## Örnek

Yandaki Venn diyagramını kullanarak $P(A \cup B)$ olasılığını hesaplayınız.




## Çözüm:

$$P(A) = 0{,}22$$

$$P(B) = 0{,}36$$

$$P(A \cap B) = 0{,}10$$

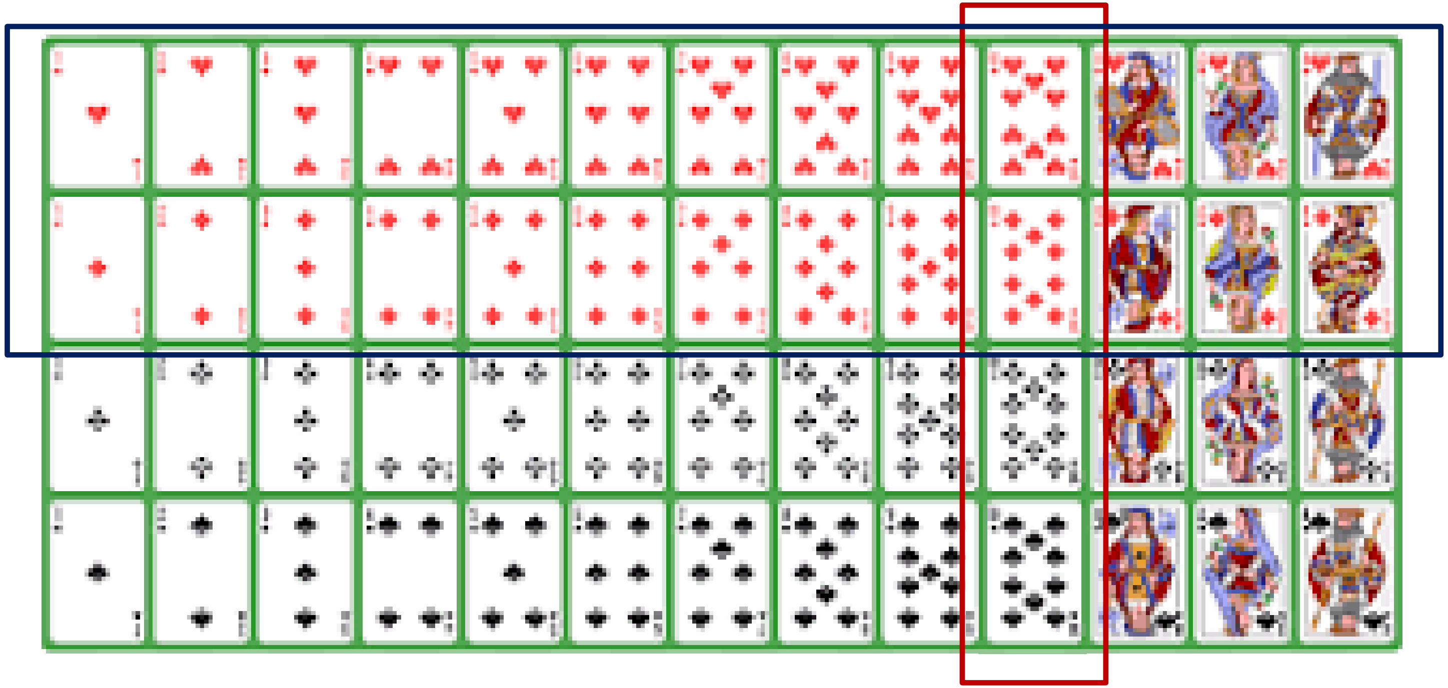
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0{,}22 + 0{,}36 - 0{,}10$$

$$P(A \cup B) = 0{,}48$$

## Örnek

52 lik bir oyun kartından çekilen bir kartın 10'lu **yada** kırmızı olması olasılığı nedir?



$$P(K) = \frac{n_k}{N} = \frac{26}{52}$$

$$P(10) = \frac{n_{10}}{N} = \frac{4}{52}$$

$$P(K \cap 10) = \frac{2}{52}$$

$$P(K \cup 10) = P(K) + P(10) - P(K \cap 10)$$

$$P(K \cup 10) = \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52}$$

$$P(K \cup 10) = \frac{28}{52}$$

## Örnek

Sakarya Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakultesi
2003 Güz Dönemi İstatistik Final Soruları

400 Kişinin agırlık ve yaş ile ilgili dagılım tablosu aşagıdadır

| | Agırlık ( Pounds) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (yas) | 130-149 | 150-169 | 170-189 | >=190 | Total |
| 30-39 | 10 | 20 | 20 | 40 | 90 |
| 40-49 | 10 | 15 | 50 | 70 | 145 |
| 50-59 | 5 | 15 | 50 | 40 | 110 |
| 60-69 | 5 | 10 | 15 | 25 | 55 |
| | 30 | 60 | 135 | 175 | 400 |

Yukarıdaki tabloya göre rastgele seçilen **bir kişinin** yaşının (40-49) **veya** (60-69) arasında olması olasılığı aşağıdaki seçeneklerin hangisinde verilmiştir?

## Çözüm

√ a. 200/400
b. 145/400
c. 110/400
d. 90/400
e. 55/400

A olayını, kişinin yaşının (40-49) arasında olması
B olayını da kişinin yaşının (60-69) arasında olması olarak tanımlayalım.

A veya B olayının gerçekleşmesi olasılığı;

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{n_a}{N} + \frac{n_b}{N} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{145}{400} + \frac{55}{400}$$

$$P(A \cup B) = \frac{200}{400}$$

## İki olayın birlikte meydana gelmesi olasılığı (Çarpma Kuralı)

$A \cap B$ olayı, A ve B olaylarının kesişimi olarak adlandırılır. Bu gösterim, hem A da hem B de olan olayları ifade eder. Bu olayın olasılığını ifade eden $P(A \cap B)$ , A ve B olaylarının her ikisinin aynı anda meydana gelme olasılığıdır. İki olayın kesişiminin olasılığı, ilk olayın olasılığı ile ikinci olayın koşullu olasılığının çarpımına eşittir ve bu kurala çarpma kuralı denir.

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B | A)$$

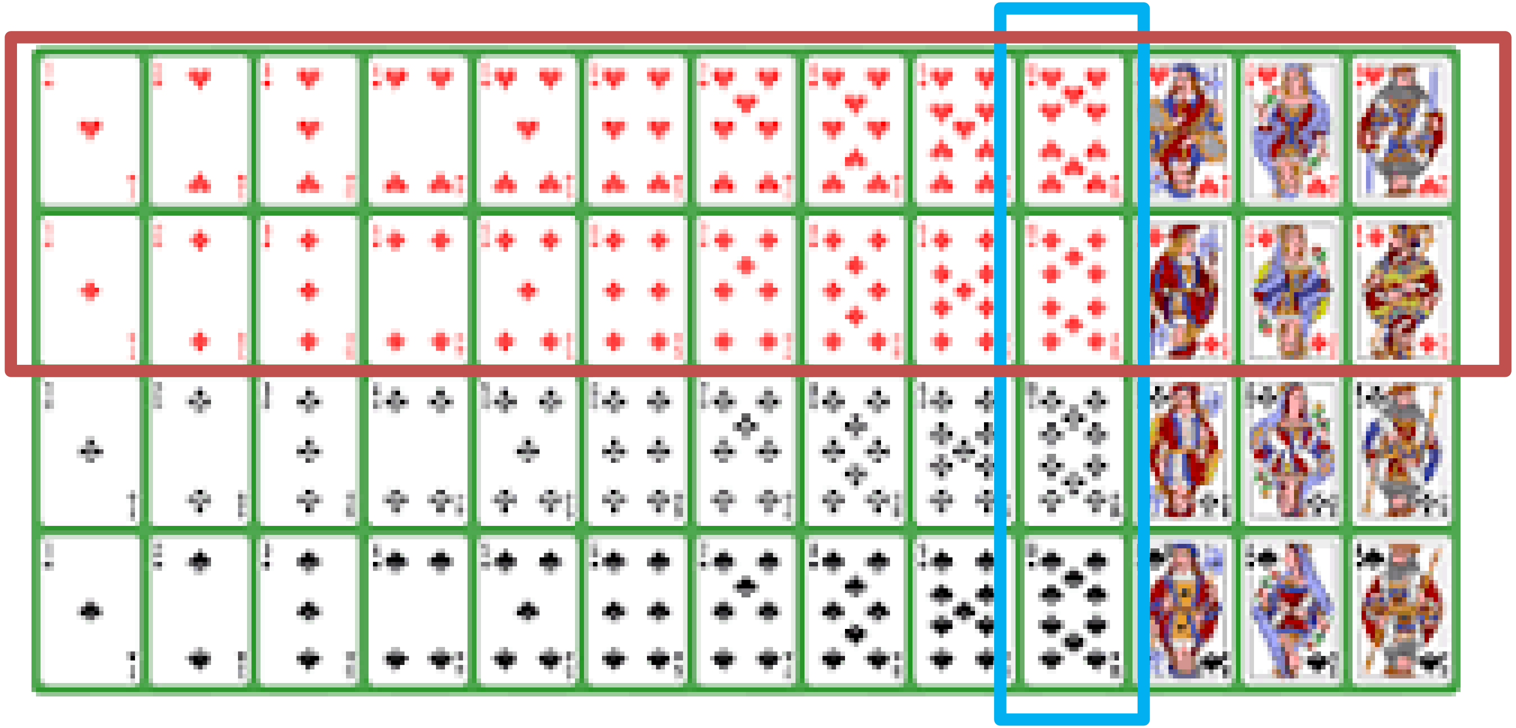
Koşullu olasılık $P(B|A)$ biçiminde gösterilir. $P(B|A)$ gösterimi, A olayının gerçekleştiği bilindiğinde aynı zamanda B olayının da gerçekleşmesi olasılığını ifade eder.

Eğer A ve B olaylarından birinin gerçekleşmesi diğerini etkilemiyor ise yani bu olaylar bağımsız ise o zaman;

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

## Örnek

52 lik bir oyun kartından çekilen bir kartın 10'lu **ve** kırmızı olması olasılığı nedir?



$$P(K) = \frac{n_k}{N} = \frac{26}{52}$$

$$P(10) = \frac{n_{10}}{N} = \frac{4}{52}$$

$$P(K \cap 10) = P(K) \times P(10) \qquad P(K \cap 10) = \frac{26}{52} \times \frac{4}{52} \qquad P(K \cap 10) = \frac{2}{52}$$

## Örnek

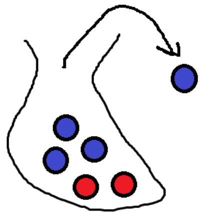
Bir torbada 2 si kırmızı 3'ü mavi **5 bilye** vardır. Bu torbadan ardı ardına iki bilye çekiliyor. Çekilen **iki bilyenin de Mavi** olması olasılığı nedir?

**Çözüm 6:**

$M_1$ = çekilen 1. Bilyenin Mavi olması olayı

$M_2$ = çekilen 2. Bilyenin Mavi olması olayı olarak tanımlansın.

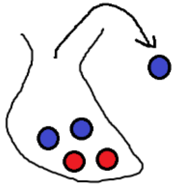
İstenen olasılık $M_1$ **ve** $M_2$ olaylarının birlikte gerçekleşmesi (kesişimi) olup, bu olayların birlikte meydana gelmesi çarpım kuralı ile hesaplanabilir. Bu olasılık;



$$P(M_1 \cap M_2) = P(M_1) * P(M_2 \mid M_1)$$

$$P(M_1) = \frac{3}{5}$$

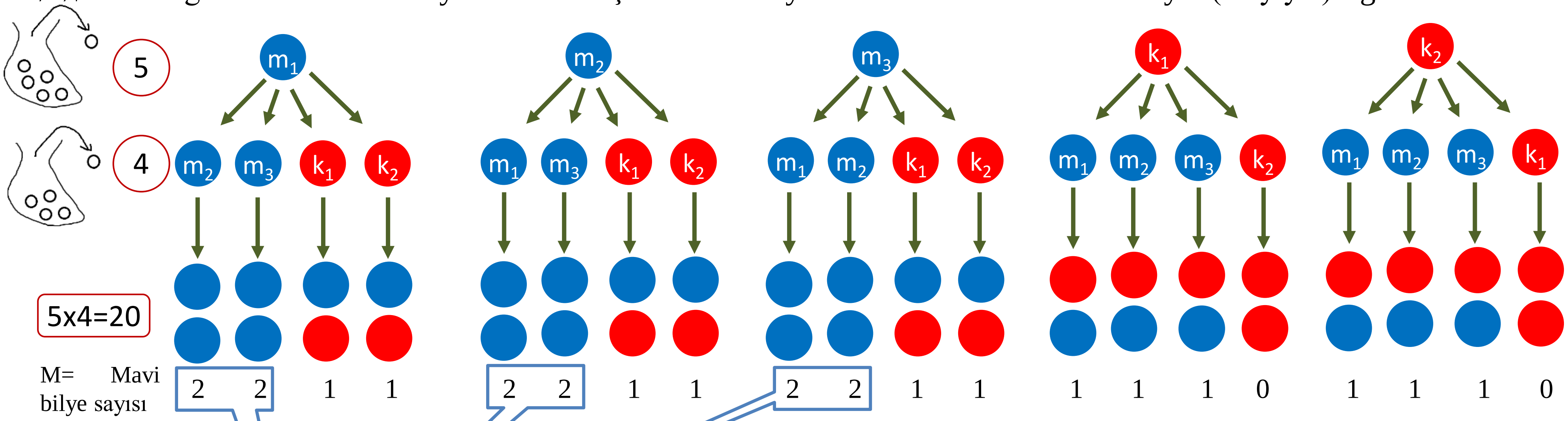
$$P(M_1 \cap M_2) = \frac{3}{5} * \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,30 \text{ olarak bulunur}$$



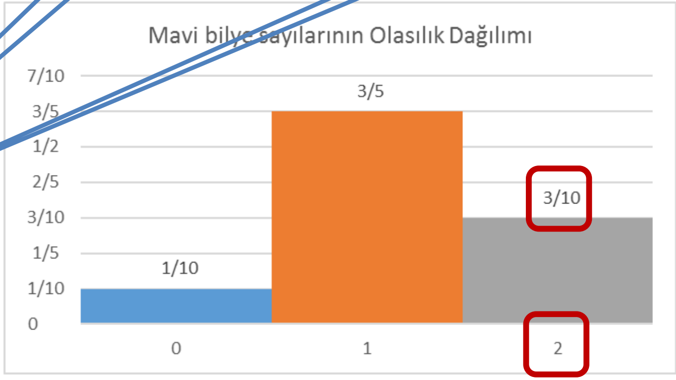
$$P(M_2 \mid M_1) = \frac{2}{4}$$

## Ağaç Diyagramı

Bir torbada 2 si kırmızı 3'ü mavi 5 bilye için torbadan ardı ardına iki bilye çekiliyor. Ortaya çıkabilecek sonuçları ağaç diyagramı ile gösterelim. Bu deneyde torbadan çekilen iki bilyenin de mavi olması durumuyla (olayıyla) ilgilenelim.




| Mavi bilye sayısı | fi | Pi (%f) |
|---|---|---|
| 0 | 2 | 2/20 |
| 1 | 12 | 12/20 |
| 2 | 6 | 6/20 |
| | ∑fi=20 | ∑Pi=1 |




$$P(M_1 \cap M_2) = P(M_1) * P(M_2 \mid M_1)$$

$$P(M_1 \cap M_2) = \frac{3}{5} * \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \text{ (Kesişim Kuralından)}$$

$$P(\bullet\bullet) = P(m = 2) = \frac{3}{10} \text{ (Olasılık Dağılımından)}$$

## Örnek

İçerisinde 4 kırmızı, 2 siyah top bulunan bir kavanozdan artarda rastgele iki top çekiliyor.

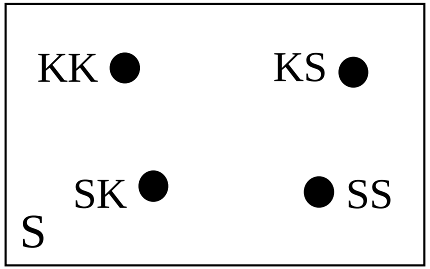
a. Çekilen top kavanoza tekrar konuyorsa (İadeli seçim)
b. Çekilen top kavanoza konmuyorsa (İadesiz seçim)

En az bir kırmızı top gelmesi olasılığını hesaplayınız.

## Çözüm

Bu deneyde örnek uzay 4 sonuçtan ibarettir. S={KK, KS, SK,SS}

En az bir kırmızı top içeren sonuçlar, A={KK, KS, SK} ise




a. $P(A) = P(KK) + P(KS) + P(SK)$

$$P(A) = \left(\frac{4}{6} * \frac{4}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} * \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{6} * \frac{4}{6}\right)$$

$$P(A) = \left(\frac{16}{36}\right) + \left(\frac{8}{36}\right) + \left(\frac{8}{36}\right) = \frac{32}{36}$$

b. $P(A) = P(KK) + P(KS) + P(SK)$

$$P(A) = \left(\frac{4}{6} * \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{6} * \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{6} * \frac{4}{5}\right)$$

$$P(A) = \left(\frac{12}{30}\right) + \left(\frac{8}{30}\right) + \left(\frac{8}{30}\right) = \frac{28}{30}$$

## Örnek

Bir erkeğin 5 yıl daha yaşaması olasılığı 1/5 (%20) ve eşinin 5 yıl daha yaşaması olasılığı ise 1/4 (%25) olarak hesaplanmıştır. Bu verilere göre; Her ikisinin birlikte 5 yıl daha yaşaması olasılığı nedir?

## Çözüm:

E olayı erkeğin 5 yıl daha yaşaması
K olayı ise eşinin 5 yıl daha yaşaması olsun.
Her birey kendi ömrünü tüketeceğinden E ve K olayları **bağımsızdır.**

$$P(E)=\frac{1}{5}$$

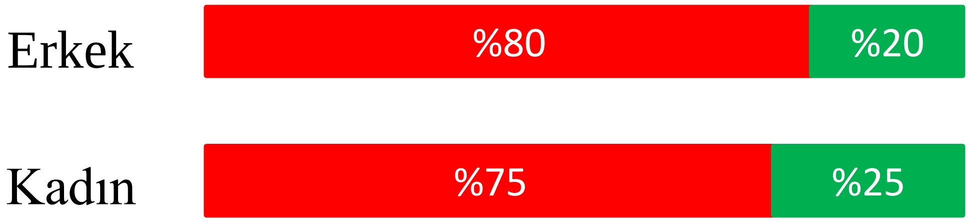
$$P(K)=\frac{1}{4}$$

$$P(E\cap K)=P(E)*P(K)$$

$$P(E\cap K)=\frac{1}{5}*\frac{1}{4}$$

$$P(E\cap K)=\frac{1}{20}$$

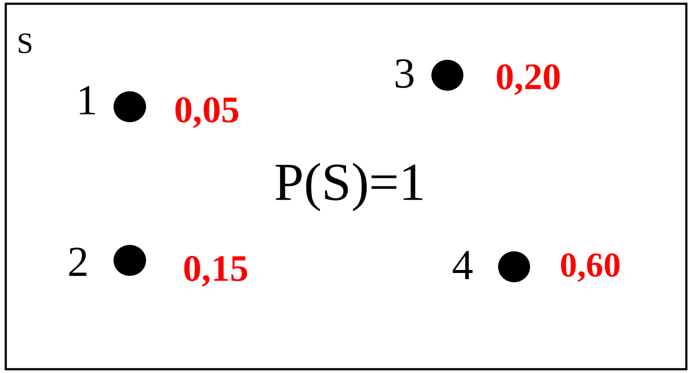
$P(E\cap K)=0,05$ olarak bulunur.




$$\%20\times\%25=\%5\quad(0,05)$$

# Örnek 7-Devam

Bir erkek ve kadın birlikte düşünüldüğünde **hayatta olmaları yada olmamaları** durumları (olayları) için ortaya çıkabilecek sonuçlar 4 tanedir.

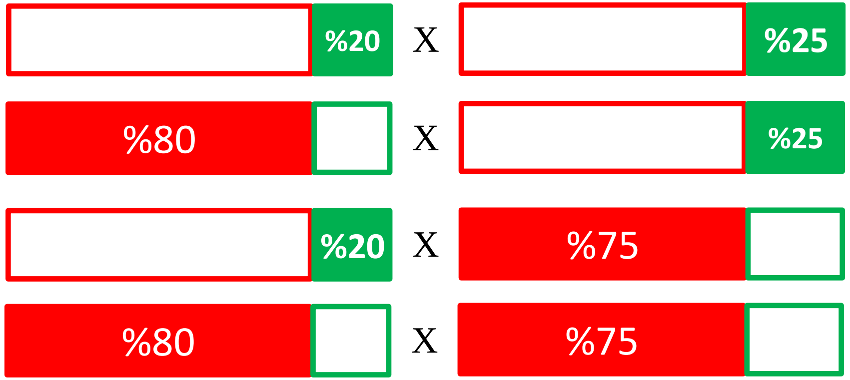



1- Erkek ve kadın yaşar (0,05)

2- Erkek ölür kadın yaşar (0,20)

3- Erkek yaşar kadın ölür (0,15)

4- Erkek ve kadın ölür (0,60)




Toplam (Örnek Uzay) (1.00) yani %100

# Örnek 7-İlave soru

S

1 ● **0,05** 3 ● **0,20**

P(S)=1

2 ● **0,15** 4 ● **0,60**

Erkeğin **yada** kadının 5 yıl daha yaşaması olasılığı kaçtır?

## Çözüm

E olayı erkeğin 5 yıl daha yaşaması, K olayı ise eşinin 5 yıl daha yaşaması olsun.

E yada K olayının gerçekleşme olasılığı **P(E∪K)** soruluyor

0,05+0,20+0,15=0,40

$$P(E)=\frac{1}{5}\ ;\ P(K)=\frac{1}{4}\ ;\ P(E\cap K)=0,05\left(\frac{1}{20}\right) \text{ bulunmuştu}$$

$$P(E\cup K)=P(E)+P(K)-P(E\cap K)$$

$$P(E\cup K)=\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{20}$$

$$P(E\cup K)=\frac{9}{20}-\frac{1}{20}=\frac{8}{20}=0,40$$

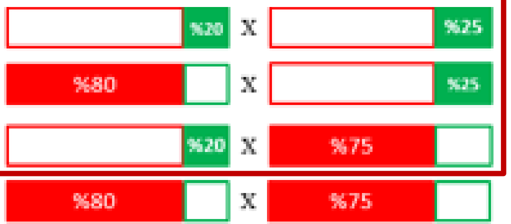
P(E∪K)

1- Erkek ve kadın yaşar (0,05)

2- Erkek ölür kadın yaşar (0,20)

3- Erkek yaşar kadın ölür (0,15)

4- Erkek ve kadın ölür (0,60)



# Olasılığın Frekans tanımı

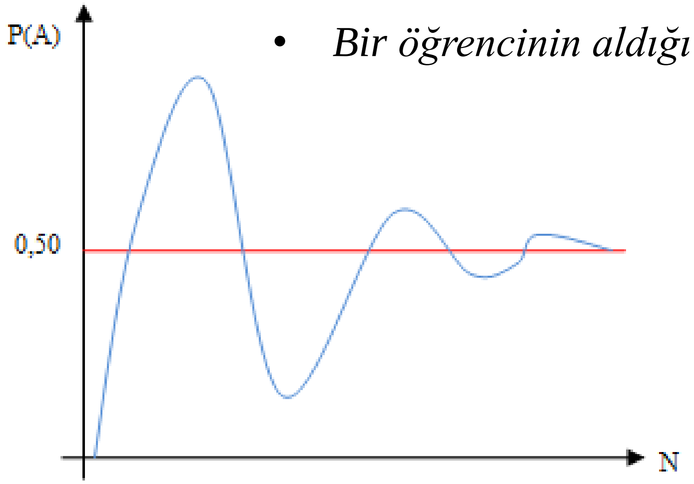
Bir deney N defa tekrarlandığında ilgilenilen A olayının toplam gözlenme sıklığı (frekansı) $f_A$ olarak saptansın. Bu durumda A olayının olasılığı;

$$P(A) = \mathrm{Lim}_{N\to\infty} \frac{f_A}{N}$$

Gerçek hayatta karşılaşılan bir çok olayda, ortaya çıkabilecek sonuçlar eşit sansa sahip olmayabilir.

- *Bir fabrikada üretilen ürünlerin kusur durumu*
- *Yola çıkan bir aracın kaza yapması*
- *Bir öğrencinin aldığı dersteki başarı durumu*

| Deney Sayısı (N) | A olayının sıklığı ($f_A$) | $P(A) = \frac{f_A}{N}$ |
|---|---|---|
| 1 | 0 | % 0,00 |
| 10 | 4 | % 40,00 |
| 100 | 49 | % 49,00 |
| 1000 | 504 | % 50,40 |
| 10.000 | 5090 | % 50,90 |
| 100.000 | 50279 | % 50,28 |
| 1.000.000 | 500052 | % 50,01 |



# Örnek

Bir deney çok (sonsuz) kez tekrarlanırsa, bir olayın göreli sıklıkları kuramsal olasılığa yaklaşır.

*Ankara'dan rasgele seçilmiş bir aile için ev sahibi olma ya da olmama gibi iki sonuç bulunmaktadır. Bu iki olay eşit olasılıklı değildir. Çünkü; Ankara'da ikamet edenlerin ne kadarının ev sahibi olduğu bilinmemektedir. Bu nedenle klasik olasılık yaklaşımı uygulanamamaktadır.*

*Böylesi durumlarda aynı deney çok kez tekrarlanarak olasılık değeri (yaklaşık olarak) göreli sıklıklardan hesaplanmaktadır.*

*Araştırmacı da bu durumu bildiği için Ankara'dan rasgele 2.000 aileyi seçerek bunlardan 540 tanesinin ev sahibi, 1460 tanesinin ise ev sahibi olmadığını belirledi. Bu sonuçları kullanarak,*

*n = örneklem hacmi = 2.000*

*$f_A$ = ev sahibi olanların sayısı = 540*

*olmak üzere Ankara'da rasgele seçilen bir ailenin ev sahibi olması olasılığı;*

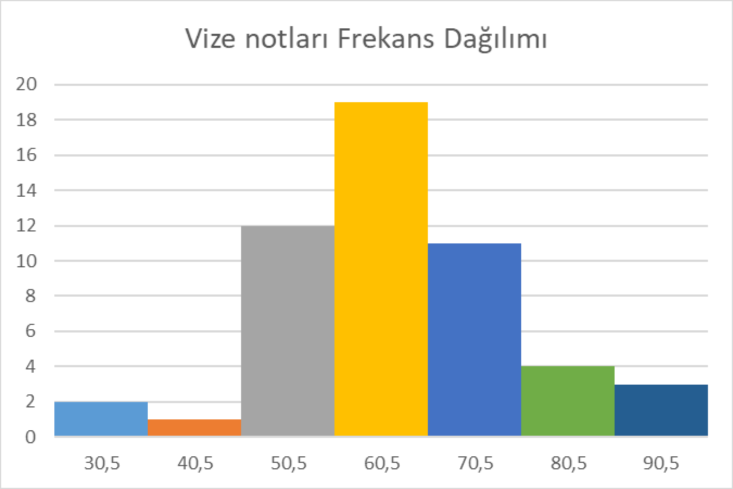
$$P(A) = \frac{f_A}{n} = \frac{540}{2000} = 0,27$$

# Örnekler

BAS programı istatistik vize notlarının frekans ve olasılık dağılımı

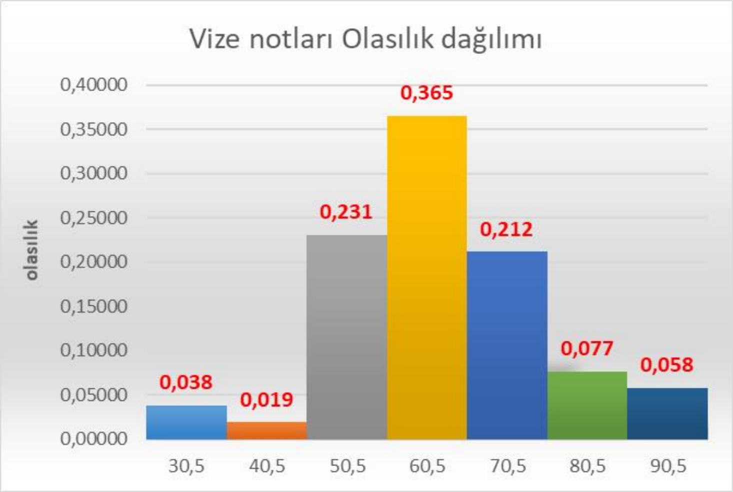
BAS A ve B

| k | AS | ÜS | fi | %f (pi) | Xi |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 26 | 35 | 2 | 0,038 | 30,5 |
| 2 | 36 | 45 | 1 | 0,019 | 40,5 |
| 3 | 46 | 55 | 12 | 0,231 | 50,5 |
| 4 | 56 | 65 | 19 | 0,365 | 60,5 |
| 5 | 66 | 75 | 11 | 0,212 | 70,5 |
| 6 | 76 | 85 | 4 | 0,077 | 80,5 |
| 7 | 86 | 95 | 3 | 0,058 | 90,5 |
| | | | 52 | 1,000 | |



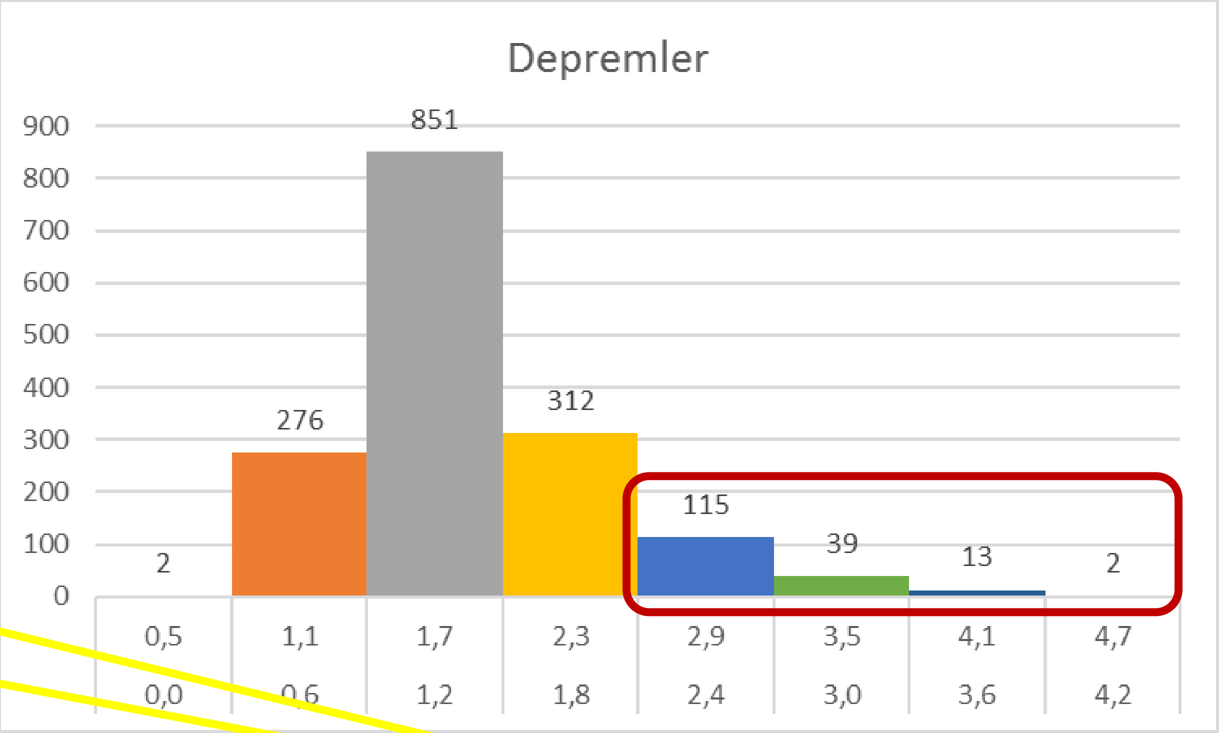

BİT101 dersi vizesine giren öğrencilerin bölümlere göre frekans dağılımı

| Bölümler | Öğrenci sayıları (f) | %f |
|---|---|---|
| Acil Durum ve Afet Yönetimi | 74 | 0,140 |
| Aşçılık | 62 | 0,118 |
| Ayakkabı Tasarım ve Üretimi | 21 | 0,040 |
| Bankacılık ve Sigortacılık | 85 | 0,161 |
| Kuyumculuk ve Takı Tasarımı | 30 | 0,057 |
| Moda Tasarımı | 46 | 0,087 |
| Sivil Savunma ve İtfaiyecilik | 24 | 0,046 |
| Turist Rehberliği | 69 | 0,131 |
| Turizm ve Otel İşletmeciliği | 61 | 0,116 |
| Turizm ve Seyahat Hizmetleri | 55 | 0,104 |
| Genel Toplam | 527 | 1,00 |



# Örnek

| Bir aylık (Ağustos) Deprem Büyüklükleri | | | |
|---|---|---|---|
| sınıflar (x) | | f | % f |
| AS | ÜS | | |
| 0,0 | 0,5 | 2 | 0,12% |
| 0,6 | 1,1 | 276 | 17,14% |
| 1,2 | 1,7 | 851 | 52,9% |
| 1,8 | 2,3 | 312 | 19,4% |
| 2,4 | 2,9 | 115 | 7,1% |
| 3,0 | 3,5 | 39 | 2,4% |
| 3,6 | 4,1 | 13 | 0,8% |
| 4,2 | 4,7 | 2 | 0,1% |
| **Toplam** | | **1610** | **100,00%** |



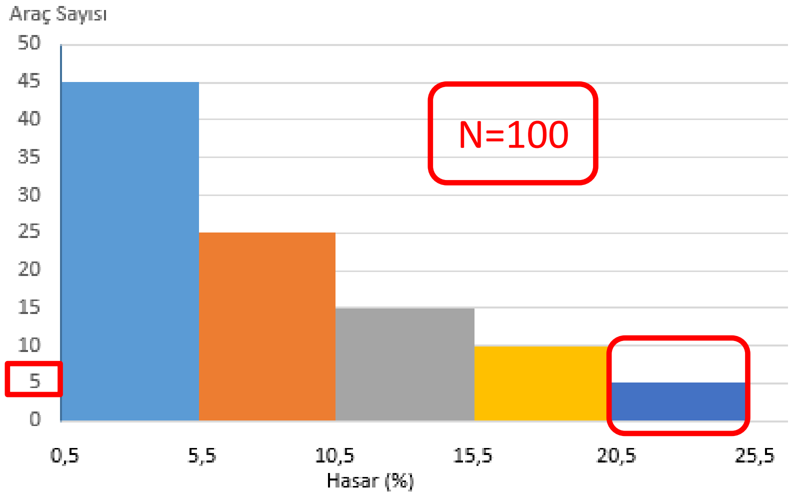

$$P(x > 2,3) = ?$$

$$P(x > 2,3) = \frac{f_A}{N}$$

$$P(x > 2,3) = \frac{169}{1610}$$

$$P(x > 2,3) \cong 0,104$$

## Örnek




Yukarıda verilen grafiği (FDT) kullanarak rastgele seçilen bir aracın hasar oranının **%20,5** ‘ten büyük olması olasılığı kaçtır?

## Çözüm

a. 0,10
b. 0,45
c. 0,55
√ d. 0,05
e. 0,15

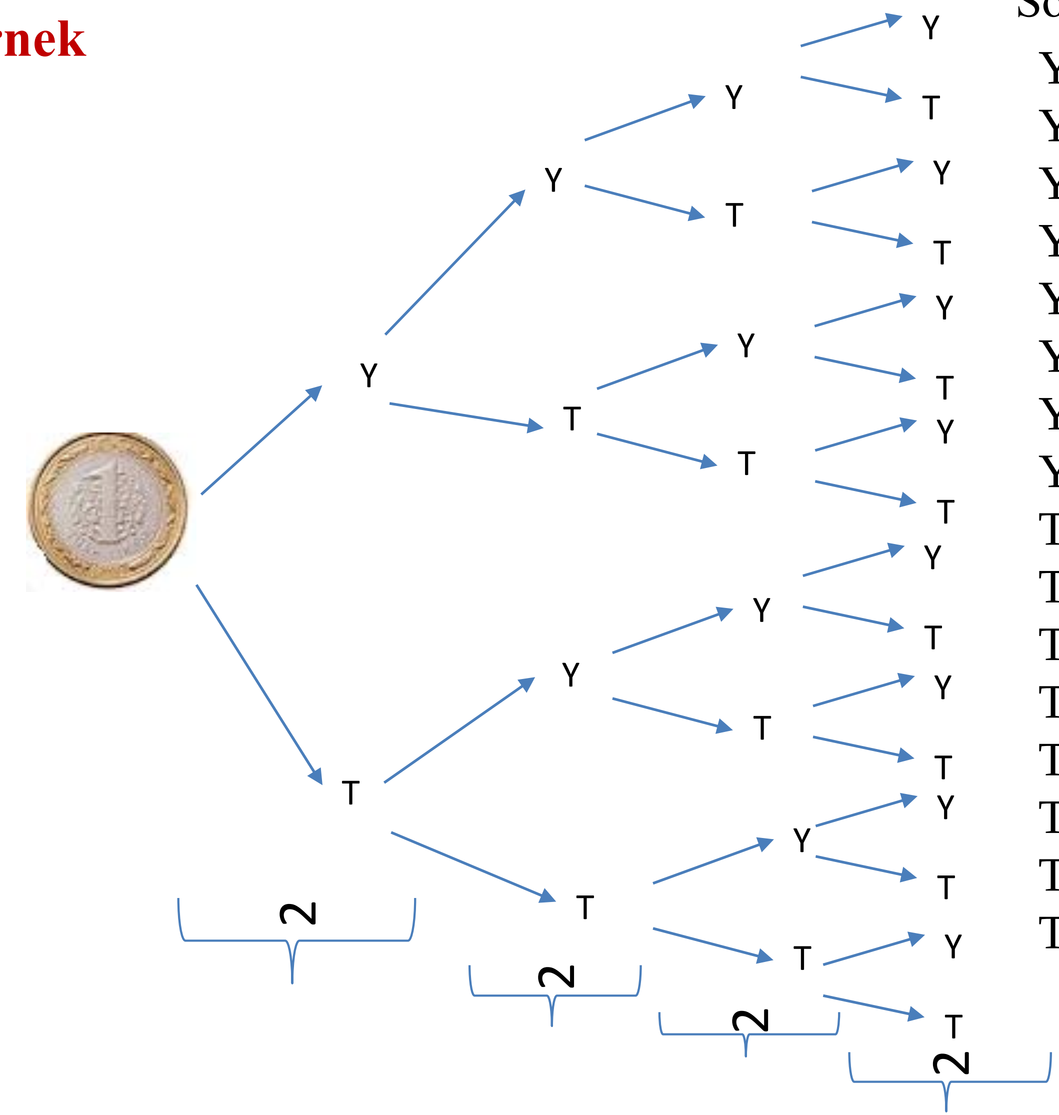
$$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

$$P(Hasar > 20,5) = \frac{5}{100}$$

$$P(Hasar > 20,5) = 0,05$$

## Örnek

**4 para atışı sonuçlarının Ağaç gösterimi**




| Sonuçlar | X=Tura sayısı |
|---|---|
| YYYY | 0 |
| YYYT | 1 |
| YYTY | 1 |
| YYTT | 2 |
| YTYY | 1 |
| YTYT | 2 |
| YTTY | 2 |
| YTTT | 3 |
| TYYY | 1 |
| TYYT | 2 |
| TYTY | 2 |
| TYTT | 3 |
| TTYY | 2 |
| TTYT | 3 |
| TTTY | 3 |
| TTTT | 4 |

=16

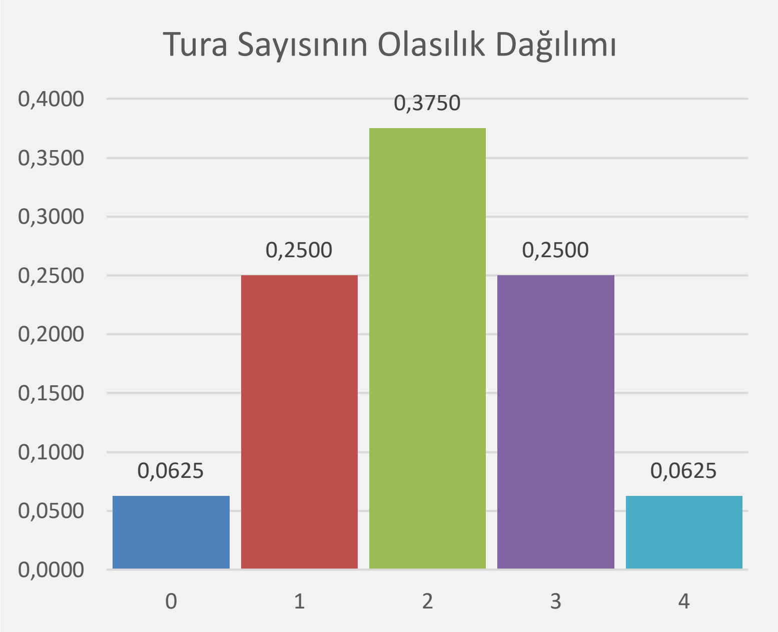
Olasılık dağılımları, istatistikte sınıflandırılmış veriler için oluşturulan frekans dağılımlarına benzer. Olasılık dağılımının oluşturulabilmesi için örneklem uzayındaki her sonucun olasılığı bir grafiğe aktarılır.

| Tura Sayısı ($x_i$) | $f_i$ | $P(x=x_i)$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1/16 |
| 1 | 4 | 4/16 |
| 2 | 6 | 6/16 |
| 3 | 4 | 4/16 |
| 4 | 1 | 1/16 |
| | $\sum fi=16$ | $\sum P=1$ |

4 para atışı sonuçları

Sonuçlar X=Tura sayısı

| Sonuçlar | X |
|---|---|
| YYYY | 0 |
| YYYT | 1 |
| YYTY | 1 |
| YYTT | 2 |
| YTYY | 1 |
| YTYT | 2 |
| YTTY | 2 |
| YTTT | 3 |
| TYYY | 1 |
| TYYT | 2 |
| TYTY | 2 |
| TYTT | 3 |
| TTYY | 2 |
| TTYT | 3 |
| TTTY | 3 |
| TTTT | 4 |




| Tura Sayısı ($x_i$) | fi | Pi |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1/16 |
| 1 | 4 | 4/16 |
| 2 | 6 | 6/16 |
| 3 | 4 | 4/16 |
| 4 | 1 | 1/16 |
| | ∑fi=16 | ∑Pi=1 |

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=0}^{4} f_i X_i}{\sum_{i=0}^{4} f_i} = \frac{f_0 X_0 + \ldots + f_4 X_4}{16} = \frac{1*0+4*1+6*2+4*3+1*4}{16}$$

$$\mu_X = \frac{32}{16} = 2$$

$$E(X) = \mu_X = \sum_{i=1}^{n} X_i * P(X_i)$$

Havaya atılan 4 para yere düştüğünde gelebilecek tura sayılarının dağılımı tabloda verildi bu deneyde (4 para atışı deneyi) Tura sayılarının ortalaması (beklenen değeri/beklenen tura sayısı) 2 bulunur.

iki zarın bir defa atılması deneyinde ortaya çıkabilecek sonuç sayısı ve sonuçları bulunuz?

6

x

6

=

36

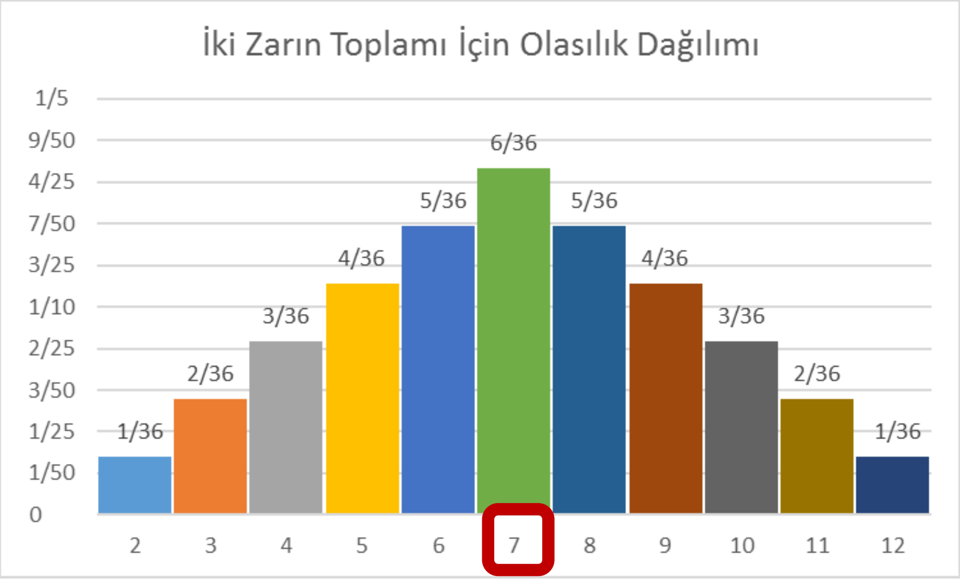
| | | 1. ZAR | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2. ZAR | 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| | 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| | 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (3,5) | (3,6) |
| | 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| | 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| | 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Sonuçlar    Y= iki zarın yüzündeki sayıların Toplamı

| | |
|---|---|
| (1;1) | 2 |
| (2;1) | 3 |
| (3;1) | 4 |
| (4;1) | 5 |
| (5;1) | 6 |
| (6;1) | 7 |
| (1;2) | 3 |
| (2;2) | 4 |
| (3;2) | 5 |
| (4;2) | 6 |
| (5;2) | 7 |
| (6;2) | 8 |
| (1;3) | 4 |
| (2;3) | 5 |
| (3;3) | 6 |
| (4;3) | 7 |
| (5;3) | 8 |
| (6;3) | 9 |
| (1;4) | 5 |
| (2;4) | 6 |
| (3;4) | 7 |
| (4;4) | 8 |
| (5;4) | 9 |
| (6;4) | 10 |
| (1;5) | 6 |
| (2;5) | 7 |
| (3;5) | 8 |
| (4;5) | 9 |
| (5;5) | 10 |
| (6;5) | 11 |
| (1;6) | 7 |
| (2;6) | 8 |
| (3;6) | 9 |
| (4;6) | 10 |
| (5;6) | 11 |
| (6;6) | 12 |

| | |
|---|---|
| (1;1) | 2 |
| (2;1) | 3 |
| (1;2) | 3 |
| (3;1) | 4 |
| (2;2) | 4 |
| (1;3) | 4 |
| (4;1) | 5 |
| (3;2) | 5 |
| (2;3) | 5 |
| (1;4) | 5 |
| (5;1) | 6 |
| (4;2) | 6 |
| (3;3) | 6 |
| (2;4) | 6 |
| (1;5) | 6 |
| (6;1) | 7 |
| (5;2) | 7 |
| (4;3) | 7 |
| (3;4) | 7 |
| (2;5) | 7 |
| (1;6) | 7 |
| (6;2) | 8 |
| (5;3) | 8 |
| (4;4) | 8 |
| (3;5) | 8 |
| (2;6) | 8 |
| (6;3) | 9 |
| (5;4) | 9 |
| (4;5) | 9 |
| (3;6) | 9 |
| (6;4) | 10 |
| (5;5) | 10 |
| (4;6) | 10 |
| (6;5) | 11 |
| (5;6) | 11 |
| (6;6) | 12 |

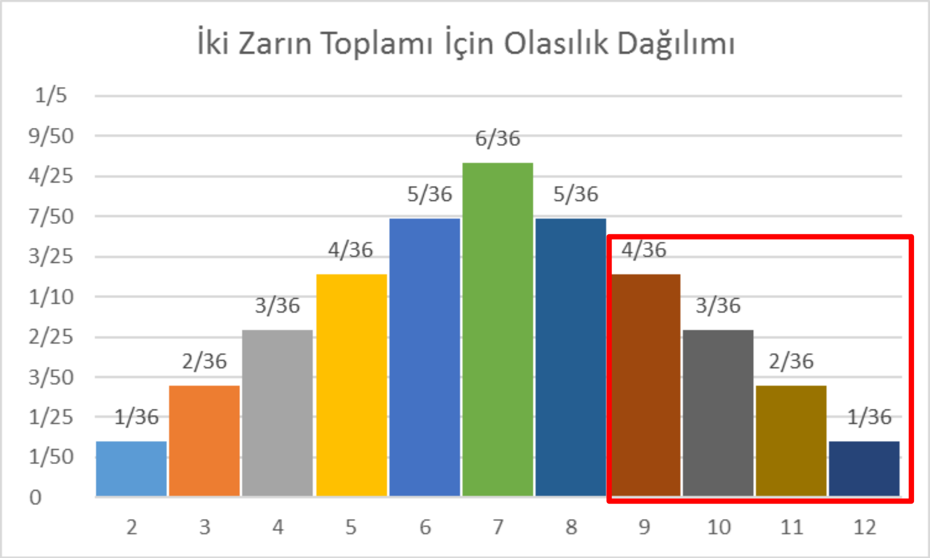
| İki Zarın toplamı ($y_i$) | fi | Pi (%f) |
|---|---|---|
| 2 | 1 | 1/36 |
| 3 | 2 | 2/36 |
| 4 | 3 | 3/36 |
| 5 | 4 | 4/36 |
| 6 | 5 | 5/36 |
| 7 | 6 | 6/36 |
| 8 | 5 | 5/36 |
| 9 | 4 | 4/36 |
| 10 | 3 | 3/36 |
| 11 | 2 | 2/36 |
| 12 | 1 | 1/36 |
| | ∑fi=36 | ∑Pi=1 |




$$\mu_Y = \frac{\sum_{i=1}^{11} f_i Y_i}{\sum_{i=1}^{11} f_i} = \frac{f_1 y_1 + \ldots + f_{11} y_{11}}{36} = \frac{2*1+3*2+\ldots+12*1}{36} = \frac{252}{36} = 7$$

2 zar atıldığında gelebilecek sayılarının toplamının dağılımı tabloda verildi. Bu deneyde zarın yüzlerindeki sayıların toplamının ortalaması (beklenen değeri) 7 bulunur.

## Örnek




Yukarıda verilen grafiği kullanarak iki zarın toplamının 8 den büyük olması olasılığını bulunuz.

## Çözüm

a. 1/36

√ b. 10/36

c. 4/36

d. 6/36

e. 8/36

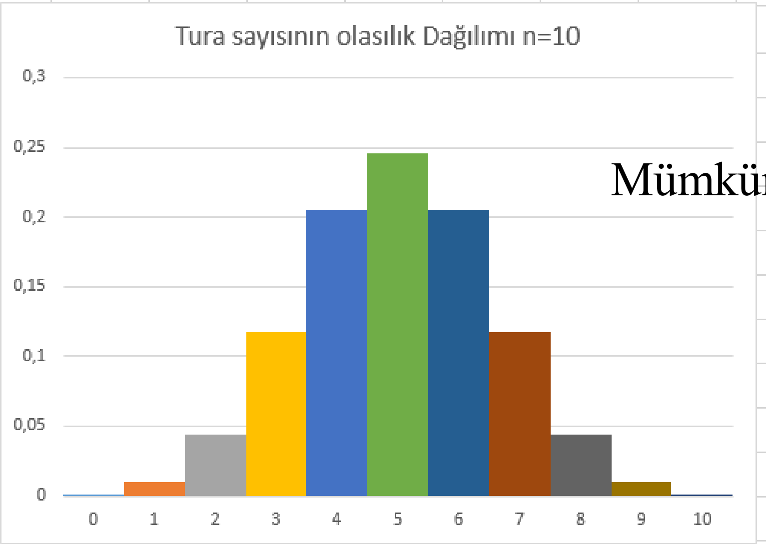
$$P(y>8)=P(9)+P(10)+P(11)+P(12)$$

$$P(y>8)=\frac{4}{36}+\frac{3}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}$$

$$P(y>8)=\frac{10}{36}$$

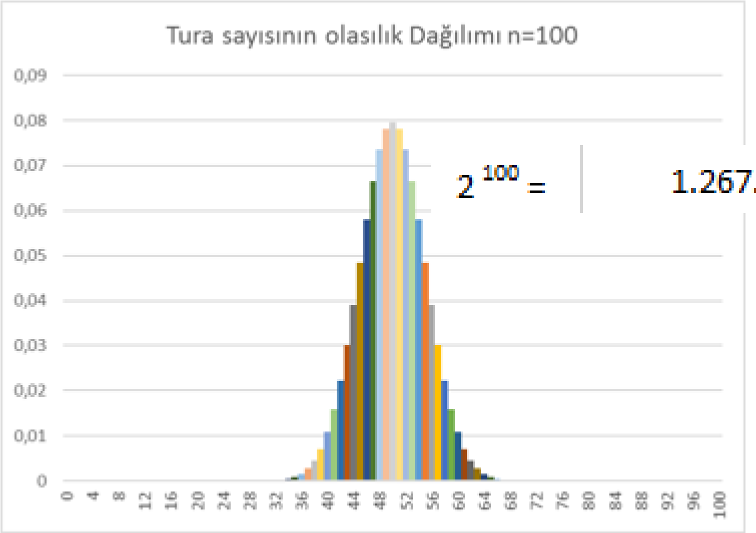
# Olasılık Dağılımı Örnekler

| Tura sayısı | Olasılık |
|---|---|
| 0 | 0,000977 |
| 1 | 0,009766 |
| 2 | 0,043945 |
| 3 | 0,117188 |
| 4 | 0,205078 |
| 5 | 0,246094 |
| 6 | 0,205078 |
| 7 | 0,117188 |
| 8 | 0,043945 |
| 9 | 0,009766 |
| 10 | 0,000977 |



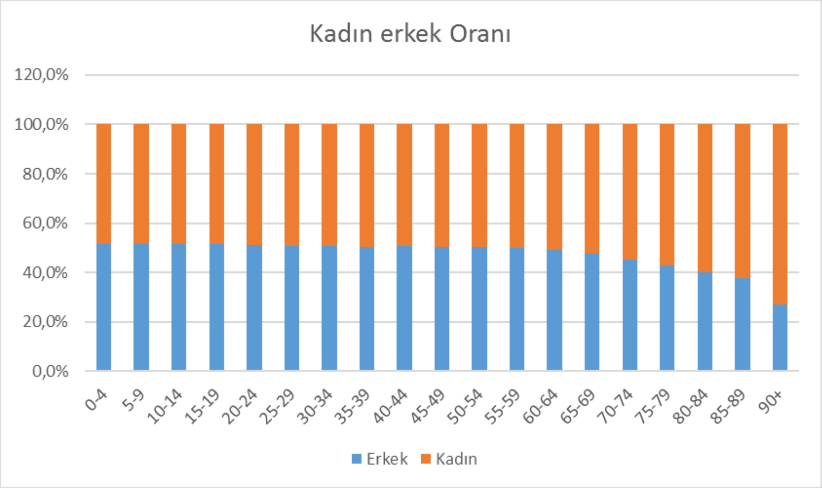

Mümkün sonuç sayısı=$2^{10}$=1024

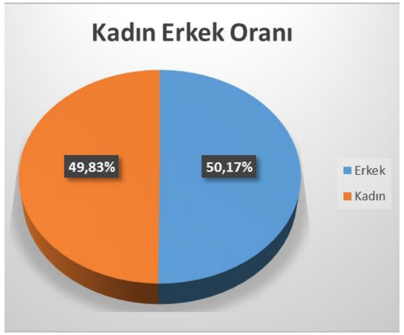
| Tura sayısı | Olasılık |
|---|---|
| 0 | 7,88861E-31 |
| 1 | 7,88861E-29 |
| 2 | 3,90486E-27 |
| 3 | 1,27559E-25 |
| 4 | 3,0933E-24 |
| .. | .. |
| .. | .. |
| .. | .. |
| .. | .. |
| 99 | 7,88861E-29 |
| 100 | 7,88861E-31 |




$2^{100}$ = 1.267.650.600.228.230.000.000.000.000.000

| 2018 Türkiye Demografik Yapı | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Yaş Aralığı | Toplam | % (Nispi f) | Erkek | Kadın | % Erkek | % Kadın |
| 0-4 | 6.484.986 | 7,91% | 3.327.780 | 3.157.206 | 51,3% | 48,7% |
| 5-9 | 6.358.920 | 7,75% | 3.264.508 | 3.094.412 | 51,3% | 48,7% |
| 10-14 | 6.340.423 | 7,73% | 3.254.277 | 3.086.146 | 51,3% | 48,7% |
| 15-19 | 6.424.267 | 7,83% | 3.299.449 | 3.124.818 | 51,4% | 48,6% |
| 20-24 | 6.547.129 | 7,98% | 3.347.297 | 3.199.832 | 51,1% | 48,9% |
| 25-29 | 6.276.469 | 7,65% | 3.190.023 | 3.086.446 | 50,8% | 49,2% |
| 30-34 | 6.333.153 | 7,72% | 3.205.205 | 3.127.948 | 50,6% | 49,4% |
| 35-39 | 6.576.072 | 8,02% | 3.316.603 | 3.259.469 | 50,4% | 49,6% |
| 40-44 | 5.846.026 | 7,13% | 2.953.329 | 2.892.697 | 50,5% | 49,5% |
| 45-49 | 5.310.707 | 6,48% | 2.670.183 | 2.640.524 | 50,3% | 49,7% |
| 50-54 | 4.701.324 | 5,73% | 2.372.182 | 2.329.142 | 50,5% | 49,5% |
| 55-59 | 4.172.341 | 5,09% | 2.076.882 | 2.095.459 | 49,8% | 50,2% |
| 60-64 | 3.445.861 | 4,20% | 1.692.130 | 1.753.731 | 49,1% | 50,9% |
| 65-69 | 2.612.207 | 3,19% | 1.245.979 | 1.366.228 | 47,7% | 52,3% |
| 70-74 | 1.856.922 | 2,26% | 835.353 | 1.021.569 | 45,0% | 55,0% |
| 75-79 | 1.262.550 | 1,54% | 539.825 | 722.725 | 42,8% | 57,2% |
| 80-84 | 793.736 | 0,97% | 318.882 | 474.854 | 40,2% | 59,8% |
| 85-89 | 485.914 | 0,59% | 182.957 | 302.957 | 37,7% | 62,3% |
| 90+ | 174.875 | 0,21% | 47.136 | 127.739 | 27,0% | 73,0% |
| Toplam | 82.003.882 | 100% | 41.139.980 | 40.863.902 | 50,17% | 49,83% |




K= Seçilen Birey Kadın

S={K, E} ve K={K}

N=2 ve $n_K$=1

$$P(K) = \frac{n_K}{N} = \frac{1}{2} = 0,50$$

$$P(K) = \frac{f_k}{N} = \frac{40.863.902}{82.003.882}$$

$$P(K) = 0,498 \cong 0,50$$

# Koşullu Olasılık

Koşullu olasılık P(B|A) biçiminde gösterilir. P(B|A) gösterimi, A olayının gerçekleştiği bilindiğinde aynı zamanda B olayının da gerçekleşmesi olasılığını ifade eder.

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B \mid A)$$

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) * P(B)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B \mid A)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A \mid B)$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

# Örnek

Bir Sigorta acentesi bir aylık bir dönemde trafik sigortası yaptıran 100 müşterinin trafik kaskosu durumunu araçların menşeine göre sınıflandırmış ve aşağıdaki tabloyu elde etmiştir.

| Araç | Yerli | Yabancı | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kaskosu var | 5 | 30 | 35 |
| Kaskosu yok | 55 | 10 | 65 |
| Toplam | 60 | 40 | 100 |

A- Rastgele seçilen bir aracın Yerli ve kaskosuz olma ihtimali kaçtır?

B- Rastgele seçilen bir aracın Yerli olduğu bilindiğine göre kaskolu olması ihtimali kaçtır?

| Araç | Yerli | Yabancı | Toplam |
| --- | --- | --- | --- |
| Kaskosu var | 5 | 30 | 35 |
| Kaskosu yok | 55 | 10 | 65 |
| Toplam | 60 | 40 | 100 |

N= Toplam araç sayısı = 100

$n_{yk}$ = Yerli ve kaskosuz araç sayısı = 55

Rastgele seçilen bir aracın Yerli ve kaskosuz olma ihtimali kaçtır?

$$P(yk) = \text{seçilen aracın yerli ve kaskosuz olması olasılığı}$$

$$P(yk) = \frac{n_{yk}}{N}$$

$$P(yk) = \frac{55}{100} = 0{,}55$$

| Araç | Yerli | Yabancı | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kaskosu var | 5 | 30 | 35 |
| Kaskosu yok | 55 | 10 | 65 |
| Toplam | 60 | 40 | 100 |

**Soru:**

Rastgele seçilen bir aracın **Yerli olduğu bilindiğine** göre aynı zamanda kaskolu olması ihtimali kaçtır?

Koşullu olasılık Formülünden K=kaskolu ve Y= yerli aracı göstermek üzere.

Bilinen olay payda ya yazılır.

$$P(K|Y)=\frac{P(K\cap Y)}{P(Y)}$$ (yerli olduğu bilinen aracın kaskolu olması olasılığı)

$$P(Y)=\frac{n_Y}{N}=\frac{60}{100}\ ;\ P(K\cap Y)=\frac{n_{K\cap Y}}{N}=\frac{5}{100}$$

$$P(K|Y)=\frac{P(K\cap Y)}{P(Y)}=\frac{\frac{5}{\cancel{100}}}{\frac{60}{\cancel{100}}}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}\cong 0{,}08$$

| Araç | Yerli |
|---|---|
| Kaskosu var | 5 |
| Kaskosu yok | 55 |
| Toplam | 60 |

$$P(K|Y)=\frac{5}{60}$$

**Koşullu olasılıkta, örnek uzayı, gerçekleşen (bilinen) olayın (Bu örnekte Yerli araçlar) sonuçlarına indirgenir.**

## Örnek

Bir zar atışı deneyinde zarın çift sayı gelmesi durumunda; aynı zamanda gelen sayının 3 ten büyük olması olasılığı kaçtır?

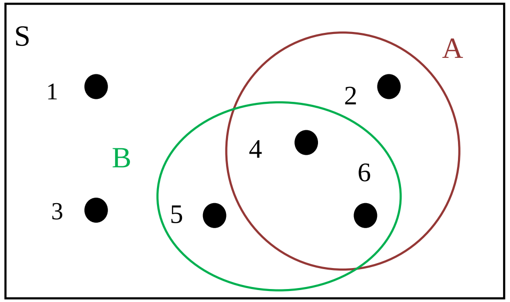
**Koşullu olasılıkta, örnek uzayı, gerçekleşen olayın (Bu örnekte A) sonuçlarına indirgenir.**

## Çözüm:

Zarın bir defa atılması deneyinde A olayı gelen sayının çift olması, B olayı da gelen sayının 3 ten büyük olması şeklinde tanımlansın.

Bu durumda aranan olasılık; P(B|A) olasılığıdır.

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$



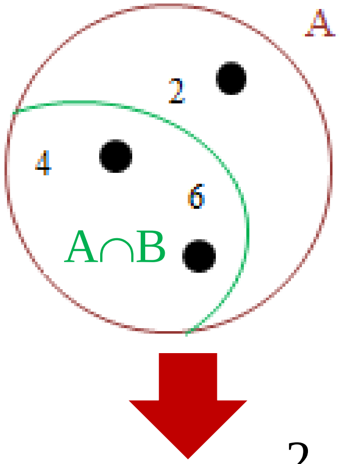

$$P(A)=\frac{3}{6}$$

$$P(B)=\frac{3}{6}$$

$$P(A\cap B)=\frac{2}{6}$$

$$P(B|A)=\frac{\frac{2}{\cancel{6}}}{\frac{3}{\cancel{6}}}$$

$$P(B|A)=\frac{2}{3}$$




$$P(B|A)=\frac{2}{3}$$

# Olayların Bağımsızlığı

Bir deney yapıldığında B olayının gerçekleşme olasılığı A olayının gerçekleşme olasılığını etkilemiyorsa bu iki olay “bağımsızdır” denir.

Başka bir ifadeyle, B olayının gerçekleştiğine ilişkin ek bilgi A olayının olasılığının güncelleştirilmesini **gerektirmiyorsa** bu iki olay bağımsızdır.

A ve B bağımsız ise $P(A|B)= P(A)$ veya $P(B|A)= P(B)$ yazabiliriz.

$$P(A \cap B)=P(A)*P(B)$$

## Örnek

| Cinsiyet | Başarılı (B) | Başarısız(F) | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kadın | 50 | 50 | 100 |
| Erkek | 50 | 50 | 100 |
| P (Olasılık) | 100 | 100 | 200 |

$$P(B)=\frac{100}{200}=\frac{1}{2}$$

$$P(K)=\frac{100}{200}=\frac{1}{2}$$

| Cinsiyet | Başarılı (B) | Başarısız(F) | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kadın | 50/200 | 50/200 | 100/200 |
| Erkek | 50/200 | 50/200 | 100/200 |
| P (Olasılık) | 100/200 | 100/200 | 200/200 |

Kadın ve Başarılı olma ihtimali (Tablodan)

$$P(K\cap B)=\frac{50}{200}=\frac{1}{4}$$

$$P(K\cap B)=P(K)*P(B)$$

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{2}*\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{4}=\frac{1}{4} \qquad \surd$$

Olayların birlikte meydana gelme olasılığı, olayların ayrı ayrı meydana gelme olasılıklarının çarpımına eşit.

# Örnek

| Araç | Yerli | Yabancı | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kaskosu var | 5 | 30 | 35 |
| Kaskosu yok | 55 | 10 | 65 |
| Toplam | 60 | 40 | 100 |

**Sonuç:** Bir aracın kaskolu olma ihtimali % 35 iken; Bu oran yerli olduğu bilinen araçlarda P(K|Y) %8'e düşerken; Yabancı araçlarda ise P(K|YA) %75'e yükselmektedir. Kasko oranı aracın menşeine göre aynı kalmamaktadır.

K=kaskolu ve Y= yerli aracı göstermek üzere.

$P(K\cap Y)=P(K)\times P(Y)$ ? İnceleyelim.

$$P(K)=\frac{n_K}{N}=\frac{35}{100}$$

$$P(Y)=\frac{n_Y}{N}=\frac{60}{100}$$

$$P(K\cap Y)=\frac{n_{K\cap Y}}{N}=\frac{5}{100}$$

$$P(K\cap Y)=P(K)\times P(Y)$$

$$\frac{5}{100}=\frac{35}{100}\times\frac{60}{100}\ ?$$

$$\frac{5}{100}\neq\frac{21}{100}$$ olduğundan olaylar bağımlıdır

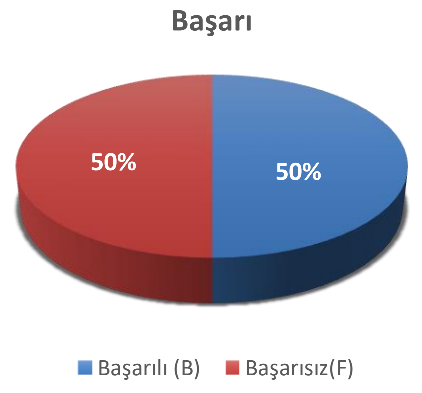
# Bağımsızlık Grafik Gösterim

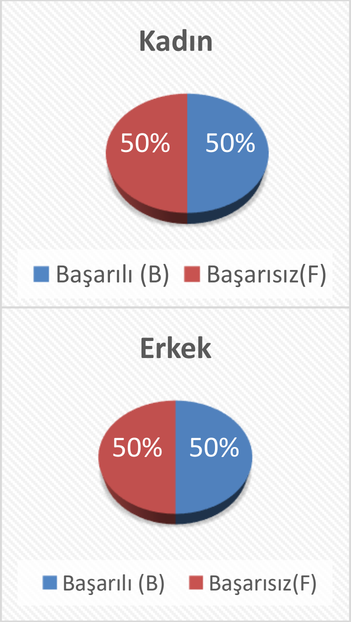
| Cinsiyet | Başarılı (B) | Başarısız(F) | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kadın | 50 | 50 | **100** |
| Erkek | 50 | 50 | **100** |
| **Toplam** | **100** | **100** | **200** |

| Araç | Yerli | Yabancı | Toplam |
|---|---|---|---|
| Kaskosu var | 5 | 30 | **35** |
| Kaskosu yok | 55 | 10 | **65** |
| **Toplam** | **60** | **40** | **100** |

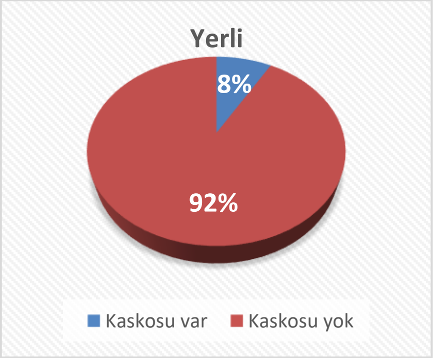
Araçların Menşei ile Kasko durumu arasında bir bağımlılık (ilişki) vardır (İki olay birbirine bağımlıdır)

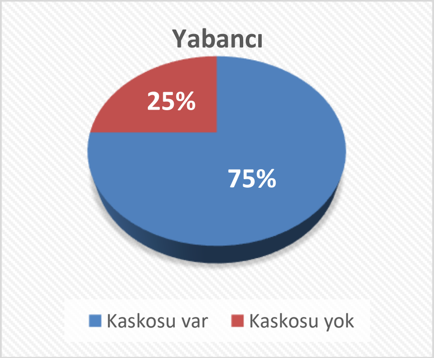
Cinsiyet ile Başarı arasında bir bağımlılık (ilişki) var mıdır.




Araçların Menşei ile Kasko durumu arasında bir bağımlılık (ilişki) var mıdır.


Cinsiyet ile Başarı arasında bir ilişki yoktur. Başarı ve cinsiyet (İki olay) birbirinden bağımsızdır

## Örnek

Sakarya Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakultesi
2003 Güz Dönemi İstatistik Final Soruları

| | | X | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **0** | **1** | **2** |
| | **0** | 0.05 | 0.10 | 0.03 |
| **Y** | **1** | 0.21 | 0.11 | 0.19 |
| | **2** | 0.08 | 0.15 | 0.08 |

P( Y=0 | X=2 ) = ?

(X değişkeni, 2 değerini aldığında Y değişkeninin de 0 değerini alması olasılığı)

√ a. 0,10
b. 0,40
c. 0,70
d. 1
e. 9

## Çözüm

$$P(Y=0 \mid X=2) = \frac{P(Y=0 \cap X=2)}{P(X=2)}$$

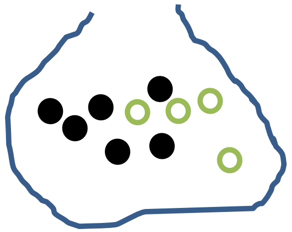
$$P(Y=0 \cap X=2) = 0,03$$

$$P(X=2) = (0,03+0,19+0,08) = 0,30$$

$$P(Y=0 \mid X=2) = \frac{0,03}{0,30} = 0,10$$

## Örnek (KPSS 2006)

Bir torbada 6 siyah 4 beyaz top bulunmaktadır. Bu torbadan **yerine koyarak** iki top çekiliyor. İkisinin de beyaz olması olasılığı nedir?



$$P(B_1) = \frac{4}{10}$$

$$P(B_2) = \frac{4}{10}$$

## Çözüm

$B_1$: Çekilen ilk topun beyaz olması olayı
$B_2$: Çekilen ilk topun beyaz olması olayı

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) * P(B_2)$$

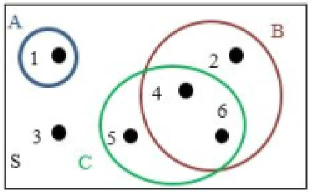
$$P(B_1 \cap B_2) = \frac{4}{10} * \frac{4}{10} = \frac{16}{100}$$

$$P(B_1 \cap B_2) = 0,16$$

# Küçük Sınav

Question 1 of 10 | Point Value: 10 | Total Points: 0 out of 100 | 14:55

Yandaki Resime göre deney sonucunda A olayının gerçekleşmemesi olasılığı kaçtır?




- 2/6
- 3/6
- 1/6
- 4/6
- 5/6

Submit All | Previous | Next

Prepared with the Free Quiz Maker (ispring free) https://www.ispringsolutions.com/free-quiz-maker

# Yararlanılan Kaynaklar


1. ÇİL, B. (2000). İstatistik. Ankara: Detay Yayıncılık.
2. ER, F. (2003). Açıklayıcı Veri Analizi. Eskişehir: Kaan Kitapevi.
3. KILIÇKAPLAN, S. (1997). İstatistiğe Giriş I. Ankara: Alkım Yayınevi.
4. M. Akif BAKIR, C. A. (2006). İstatistik. Ankara: Nobel.
5. NEWBOLD, P. (2005). İşletme ve İktisat için İstatistik (Çeviri). İstanbul: Literatür Yayıncılık.
6. SIRIKSARAN, E. (2000). Teori ve Uygulamaları ile İstatistiksel Yöntemler. İstanbul: Sigma.
7. SPIEGEL, M. R. (1995). İstatistik (Çeviri). İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi.
8. ŞENESEN, Ü. (2007). İSTATİSTİK Sayıların Arkasını Anlamak. İstanbul: Literatür Yayıncılık.
9. TUİK. (2009 ve 2013). Türkiye İstatistik Yıllığı 2009, 2013. TUİK.
10. ERBAŞ, S.O. (2008). Olasılık ve İstatistik. Ankara: Gazi Kitabevi.
11. GÜRSAKAL, N. (2012). Betimsel İstatistik. Bursa: Dora
12. ERSÖZ,F., ERSÖZ, T. (2022). İstatistik -I . (Seçkin : Ankara)
13. Khan Academy. https://tr.khanacademy.org/math/statistics-probability ET:2020