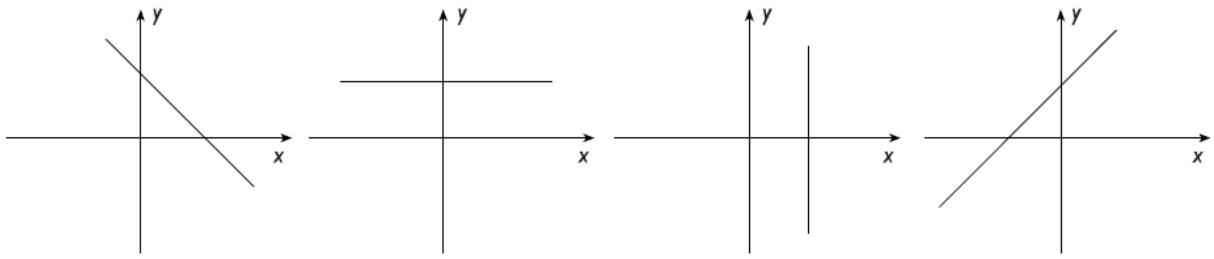
Doğru

Bu kesimde orta öğrenim yıllarında geometrik ve analitik olarak incelemiş olduğumuz doğru denklemlerini ve grafiklerini hatırlatacağız.

Geometrik olarak düzlemde düz bir çizgiye doğru denildiğini biliyoruz.

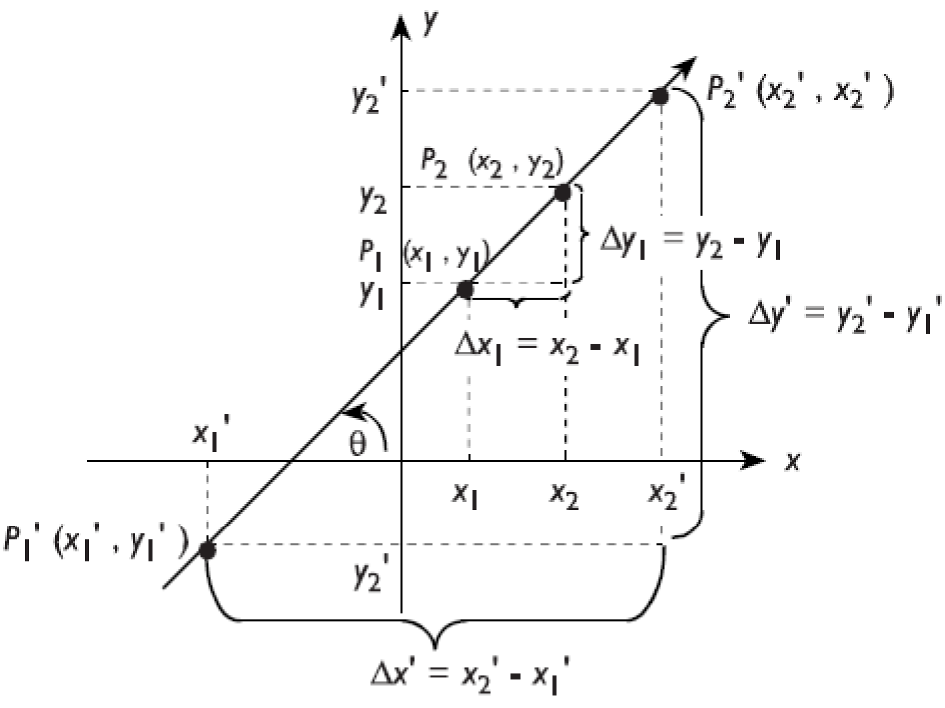


Şimdi doğrunun analitik olarak elde edilişini hatırlayalım.

Doğrunun Eğimi

x – eksenini kesen bir doğrunun eğim açısı doğrunun x – eksenini kestiği nokta civarında saatin dönme yönünün ters yönünde ölçülen açıdır. x – eksenine ı paralel olan bir doğru için bu açı 0° dır.

Bir doğru üzerindeki herhangi iki noktanın ordinatları arasındaki farkın apsisleri arasındaki farka oranı sabittir. Bu sabit orana **doğrunun eğimi** denir ve $\boldsymbol{m}$ ile gösterilir.



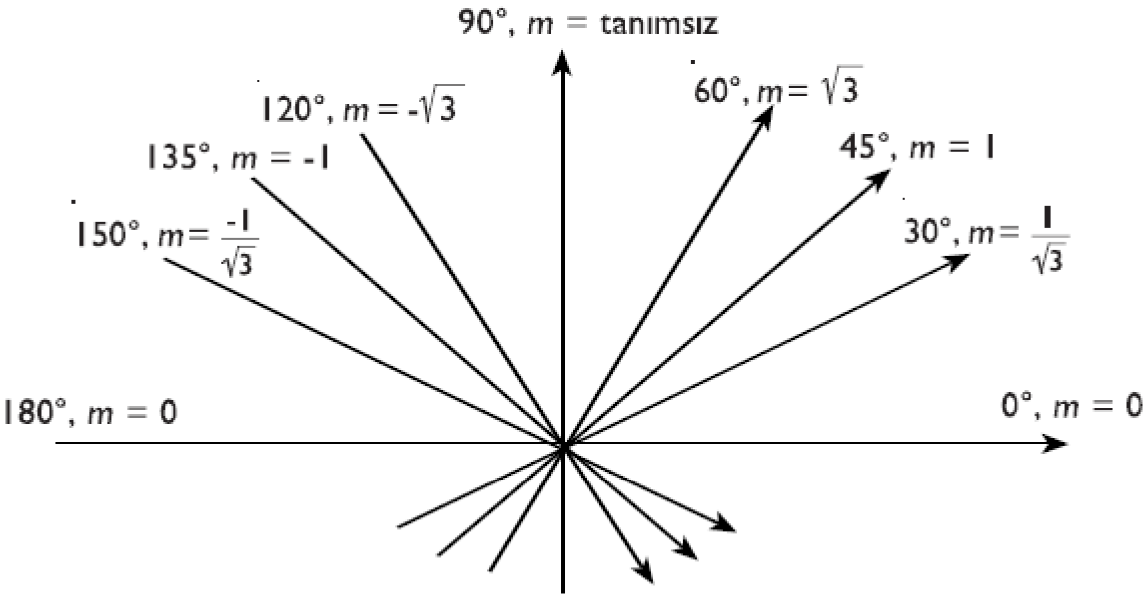
x – eksenine dik olan bir doğru için x – ekseni yönünde değişim söz konusu olmadığından $\Delta x = 0$ dır ve m tanımsızdır.

$$m = \frac{grafikteki\ yükselme}{x - ek.üzerindeki\ hareket} = \frac{düşey\ değişim}{yatay\ değişim}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{y_2' - y_1'}{x_2' - x_1'}$$

$$\frac{\Delta y'}{\Delta x'}$$

Bir doğrunun eğimi, doğrunun üzerindeki herhangi iki nokta ile belirlenir ve eğim nokta çiftlerinin seçiminden bağımsızdır.



Doğru Denklemleri

Bir denklem, bir doğru üzerindeki tüm noktaları ve sadece bu noktaları sağlıyorsa, denkleme bu **doğrunun denklemi** denir.

Verilen bir doğrunun denklemini bulmak için üzerindeki iki noktanın koordinatlarını veya üzerindeki bir noktayı ve eğimini bilmemiz yeterlidir.

İki Noktası Bilinen Doğru Denklemi

Bir doğru üzerindeki iki nokta, $P_2(x_2, y_2)$ olsun. Doğru üzerinde hareket eden bir *P(x, y)* noktası alalım. Bu doğrunun eğimi değişmeyeceğinden

$m\overline{PP_1}$, $\overline{PP_1}$ doğru parçasının eğimini göstermek üzere

$m = m\overline{PP_1} = m\overline{P_1P_2}$ dir. Buradan

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

bulunur. Böylece P_1, P_2 noktalarından geçen doğru denklemi

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

olur.

• Özel olarak bu noktalar doğrunun x- ve y- eksenlerini kestiği noktalar olarak alınırsa denklem
$P_1(x_1, y_1)= P_1(p, 0)$, $P_2(x_2, y_2)= P_2(0,q)$
bulunur. Burada

$$\frac{x}{\substack{grafiğin\ x - eksenini\ kestiği \\ noktanın\ x\ koordinatı}} + \frac{y}{\substack{grafiğin\ y - eksenini\ kestiği \\ noktanın\ y\ koordinatı}} = 1$$

olduğundan, $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ denklemine **eksenlerden ayırdığı parçalara göre doğru denklemi** denir.

Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğru Denklemi

Bir doğru üzerindeki bir nokta $P_1(x_1, y_1)$ ve eğimi m olsun. Doğru üzerinde hareketli bir *P (x ,y)* noktası alalım. Yine eğimi kullanacağız. $m\overline{PP_1}$, $\overline{PP_1}$ parçasının eğimini göstermek üzere

$m = m\overline{PP_1}$ dir. Ayrıca

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Leftrightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

olduğundan, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denklemi

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

olur.

Örnek:

1) P_1 (1, 3), P_2 (2, -1)
2) m= -2, P_1 (1, 4)

Verilenlere göre doğru denklemlerini belirleyelim.

Çözüm:

1) $\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-3}{-1-3} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-4} \Rightarrow y = 4x + 7$

elde edilir$\Leftrightarrow y + 1 = x + 2 \Leftrightarrow y = x + 1.$

2) $y - 4 = -2(x - 1) \Leftrightarrow y = -2x + 6$

bulunur.

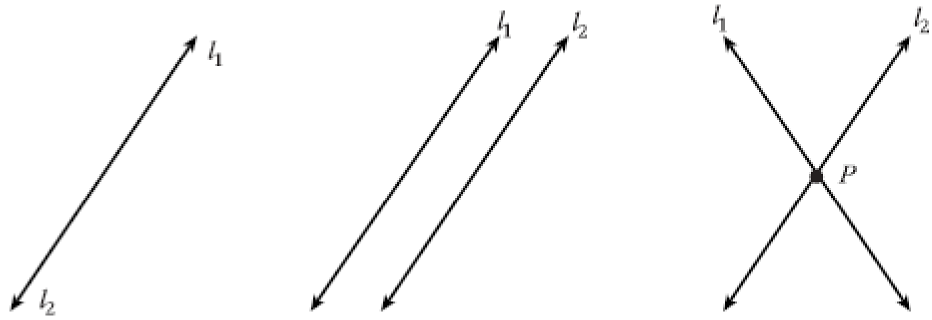
İki Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları

Verilmiş iki doğru için üç durum söz konusudur. Bu doğrular ya **çakışıktır** ya **paraleldir** ya da **kesişirler.** Şimdi bu durumların hangi şartlarda gerçekleştiğini görelim.

A) Doğrular

$$l_1: y_1 = m_1 x + b_1$$
$$l_2: y_2 = m_2 x + b_2$$

denklemleriyle verilsin.



çakışık doğrular — $l_1 = l_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ ve $b_1 = b_2$

paralel doğrular — $l_1 \,//\, l_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ ve $b_1 \neq b_2$

kesişen doğrular — $l_1 \cap l_2 = \{P\} \neq \phi \Leftrightarrow m_1 \neq m_2$

B) Doğrular

$l_1: A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$

$l_2: A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ olsun.

$$l_1 = l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$$

$$l_1 \cap l_2 = \{P\} \Longleftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$$

olur.