

5.1. Bağımlılık Katsayıları (Birlikte Değişim Katsayıları)

Ele alınan iki değişken arasındaki bağımlılık ya da ilişkinin derecesi hesaplanmak istenebilir. İki özellik arasındaki ilgi miktarını yüzde olarak belirten birçok ölçü bulunmaktadır. Burada Phi-Katsayısı (ϕ), Karl-Pearson'un C katsayısı ve Cramer'in ν katsayısı anlatılacaktır.

Phi-Katsayısı (ϕ): Sayımla belirtilen kitlelerde, iki değişken arasındaki bağımlılığın yüzde olarak ölçüsüdür. Genellikle 2×2 tablolarında kullanılır.

$$\text{Phi-Katsayısı} \quad \phi = \frac{ad-bc}{\sqrt{ABCD}} \quad \text{ya da} \quad \phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

eşitlikleri ile verilir.

Pearson'un C katsayısı satır ve sütun sayısı ikiden çok olan çapraz tablolarda tercih edilen bir ölçüdür.

$$\text{Pearson'un C katsayısı} \quad C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2+n}}$$

eşitliği ile verilir.

Değişkenler bağımsızsa $C = 0$ 'dır. C'nin en büyük değeri her zaman 1'den küçüktür. C katsayısının alabileceği en büyük değer çapraz tablodaki satır ve sütun sayısına göre hesaplanır.

Satır ve sütun sayısı farklı olduğunda en büyük C değeri belirsiz olmaktadır. Bunun için Cramer'in ν ölçüsü tanımlanmıştır.

$$\text{Cramer'in V katsayısı;} \quad V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(k-1)}}, \quad k = \min(R, C)$$

Örneğin; 3×3 $k = 3$

5×4 $k = 4$ ($k = \min(5,4)$)

$2 \times C$ $k = 2$ 'dir. Bu durumda $V^2 = \phi^2$ 'dir.

Cramer'in V katsayısı herhangi boyuttaki tabloda kullanılabilirliği ve genişliğinin her zaman 0 ile 1 aralığında olmasından dolayı daha çok tercih edilir.

Örnek 5.5 Aynı hastalığa yakalanmış olanlardan tesadüfi olarak 200 hasta seçilmiş ve daha sonra yine tesadüfi olarak 50'şerli 4 grup oluşturulmuştur. Gruplardaki hastalar farklı tedavi teknikleri ile tedavi edilmişlerdir. Tedavi sonunda her hasta için iyileşti ya da iyileşmedi diye rapor hazırlanmıştır. Tedavi tekniği ile hastaların tedavi sonrası durumlarına göre oluşturulan çapraz tablo aşağıda verilmiştir. $\alpha = 0.05$ anlam düzeyinde tedavi tekniği ile tedavi sonrası hastanın durumu arasında ilişki olduğu söylenebilir mi? İlişki varsa derecesini belirleyiniz.

Tedavi Hastanın Durumu	A	B	C	D	Toplam
İyileşti	25(29.5)	30(29.5)	40(29.5)	23(29.5)	118
İyileşmedi	25(20.5)	20(20.5)	10(20.5)	27(20.5)	82
Toplam	50	50	50	50	200

1. H_0 : Tedavi tekniği ile tedavi sonrası hastanın durumu arasında ilişki yoktur.
 H_1 : Tedavi tekniği ile tedavi sonrası hastanın durumu arasında ilişki vardır.

2.

$$\chi_H^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(f_{ij} - f'_{ij})^2}{f'_{ij}}$$

$$= \frac{(25 - 29.5)^2}{29.5} + \frac{(30 - 29.5)^2}{29.5} + \dots + \frac{(27 - 20.5)^2}{20.5} = 14.31$$

$$3. \chi_T^2 = \chi_{(0,05;3)}^2 = 7.81$$

$\chi_H^2 > \chi_T^2$ olduğundan H_0 red edilir.

Yorum: Tedavi tekniği ile tedavi sonrası hastanın durumu arasında ilişki vardır.

2×4 tipinde bir tablo olduğundan Cramer'in V katsayısı kullanılır.

$$k = \min(R, C) = \min(2, 4) = 2$$

$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(k-1)}} = \sqrt{\frac{14.31}{200 \times 1}} = 0.27$ olarak hesaplanır. Buradan, %27 lik bir ilişki olduğu söylenebilir.

Örnek 5.6 Akciğerlerinde nodül bulunan 66 hastaya aynı anda tüberkülin ve histoplazmin testi uygulanmış, hastalardan 19’unda her ikisi de pozitif, 5’inde her ikisi de negatif, 18’inde tüberküline karşı pozitif, histoplazmine karşı negatif, 24’ünde tüberküline karşı negatif, histoplazmine karşı pozitif reaksiyon görülmüştür. Tüberkülin ile histoplazmin arasında bir bağ var mıdır? Varsa derecesini belirleyiniz. ($\alpha = 0.05$)

	Histoplazmin		
Tüberkülin	Pozitif	Negatif	Toplam
Pozitif	19 (24)	18 (13)	37
Negatif	24 (19)	5 (10)	29
Toplam	43	23	66

1. H_0 :Tüberkülin ile histoplazmin arasında bağ yoktur.
 H_1 :Tüberkülin ile histoplazmin arasında bağ vardır.

2. $\chi_H^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(f_{ij} - f'_{ij})^2}{f'_{ij}} = \frac{(19-24)^2}{24} + \frac{(18-13)^2}{13} + \frac{(24-19)^2}{19} + \frac{(5-10)^2}{10} = 6.7806$

3. $\chi_T^2(0.05, (2-1) \times (2-1) = 1) = 3.84$
 $\chi_H^2 > \chi_T^2$ olduğundan H_0 red edilir.

Yorum: Tüberkülin ile histoplazmin arasında bağ vardır.

2 x 2 olduğundan Phi-katsayısını kullanabiliriz.

$$\phi = \frac{19 \times 5 - 24 \times 18}{\sqrt{37 \times 29 \times 43 \times 23}} = -0.327$$

Phi-katsayısına göre tüberkülin ile histoplazmin arasında yaklaşık %33'lük bir bağ vardır.