

# Bölüm 4

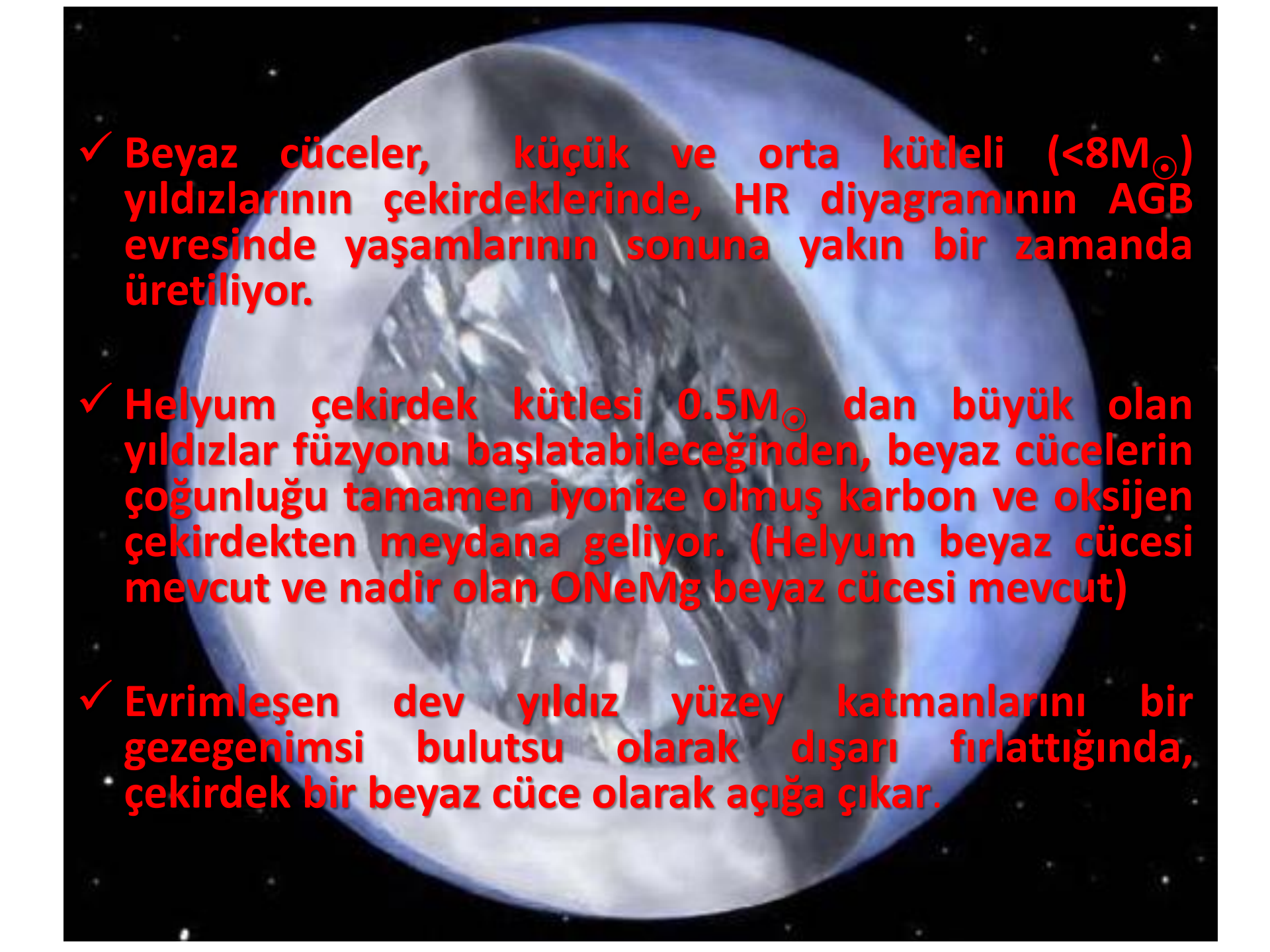
## Yıldızların Dejenere Kalıntıları

4.1 Beyaz Cüceler

4.2 Nötron Yıldızları

4.2.1 Pulsarlar

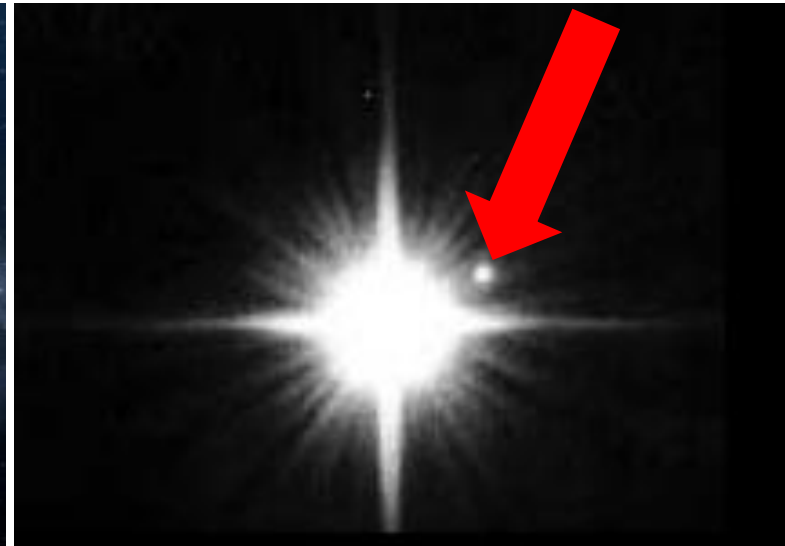
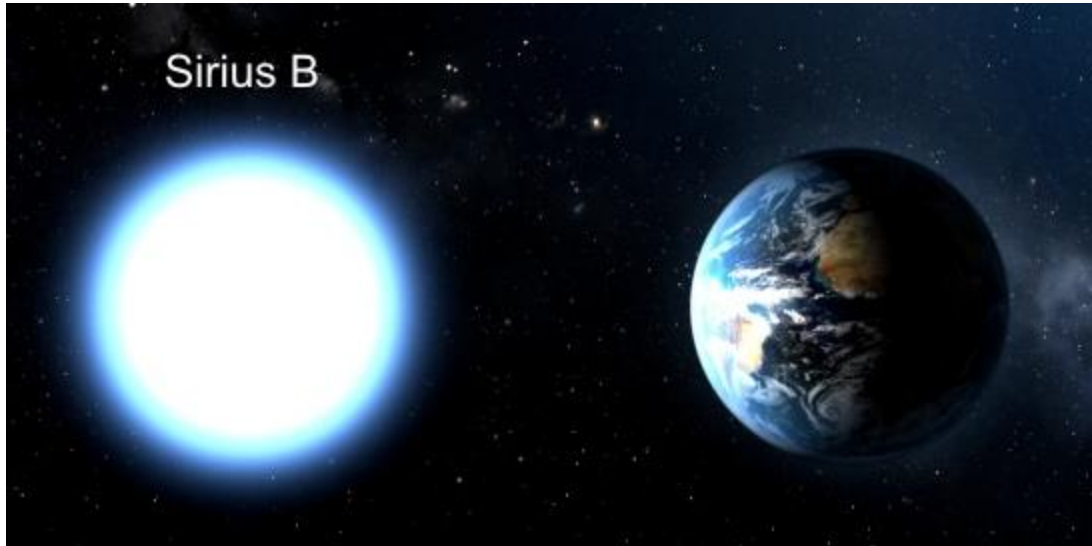
4.2.2 Magnetarlar

- 
- ✓ Beyaz cüceler, küçük ve orta kütleli ( $<8M_{\odot}$ ) yıldızlarının çekirdeklerinde, HR diyagramının AGB evresinde yaşamlarının sonuna yakın bir zamanda üretiliyor.
  - ✓ Helyum çekirdek kütlesi  $0.5M_{\odot}$  dan büyük olan yıldızlar füzyonu başlatabileceğinden, beyaz cüceler çoğunluğu tamamen iyonize olmuş karbon ve oksijen çekirdekten meydana geliyor. (Helyum beyaz cücesi mevcut ve nadir olan ONeMg beyaz cücesi mevcut)
  - ✓ Evrimleşen dev yıldız yüzey katmanlarını bir gezegenimsi bulutsu olarak dışarı fırlattığında, çekirdek bir beyaz cüce olarak açığa çıkar.

# Bir beyaz cüce: Sirius B nin Keşfi

- Bessel, Sirius un uzayda düz bir yolu takip etmediğini farketti. Bu durumun, Sirius un 50 gün yörünge dönemine sahip bir çift sistemin üyesi olmasından kaynaklı olduğunu ifade etti ( yıl 1844).
- Daha sonra Alvan Clark, babasının 18 inch lik mercekli teleskopunu kullanarak Sirius B yi keşfetti ( yıl 1862).

$$\begin{array}{ll} L_A = 23.5 L_{\odot} & L_B = 0.03 L_{\odot} \\ T_A = 9910K & T_B = 27,000K \\ M_A = 2.3 M_{\odot} & M_B = 1.05 M_{\odot} \end{array} \quad \longrightarrow \quad R_B = 0.008 R_{\odot}$$



**Sirius B; yaklaşık Güneş kütleline sahip olmasına karşın Dünya'dan daha küçük!!!**

Degenerate matter  
(helium, carbon or other  
possible reaction  
products)

Normal gas  
(50 km thick)

5000 to 6000 km

- ✓ Kütle → ~Güneş
- ✓ Yarıçap → ~Dünya
- ✓ Sıcaklık →  $5,000\text{K} < T < 80,000\text{K}$



# Beyaz Cücelerde Merkezi Koşullar

Sirius B için verilen değerler (sabit yoğunluk için) hidrostatik denge denkleminde kullanıldığında, kabaca,

✓ Merkezi basınç,  $P_c \approx \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{wd}^2 \approx 3.8 \times 10^{22} \text{ Nm}^{-2}$

– Bu değer Güneşin merkezi basıncından 1.5 milyon kez daha büyük!

Radyatif sıcaklık gradyentinden ise,

✓ Merkezi sıcaklık,  $T_c = \left[ \frac{3K\rho}{4ac} \frac{L_{wd}}{4\pi R_{wd}} \right]^{1/4} \approx 7.6 \times 10^7 \text{ K}$

✓ Bu şaşırtıcı bir sonuç!

Hidrojen evrendeki görünür maddenin %70 ni oluşturmasına rağmen, bir beyaz cücenin yüzey katmanlarının altında kaydadeğer miktarlarda bulunamaz.

✓ Aksi taktirde, nükleer enerji üretim oranlarının sıcaklık ve yoğunluğa bağlılığı onların gözlenen ışıyım güçlerinin bir kaç kat daha fazlasını üretmesini gerektirirdi.

Benzer düşüncenin diğer reaksiyon dallarına uygulanması gösteriyor ki;

✓ Beyaz cüceler tarafından salınan enerjinin üretilmesinde termonükleer reaksiyonlar yer almıyor, bu nedenle beyaz cücelerin merkezleri bu yoğunluk ve sıcaklıklarda füzyon reaksiyonları gerçekleştiremeyen parçacıklardan meydana gelmeli.

# Dejenere Madde Fiziği

T=0 K da tamamen dejenere bir gazdaki elektronun maksimum enerjisi fermi enerjisi olarak bilinir. Fermi enerjisi,

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2me} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

Burada m elektron kütlesi,  $n \equiv N_e/L^3$  birim hacimdeki elektron sayısı.

Sıfır sıcaklıkta elektron başına ortalama enerji  $(3/5)\varepsilon_F$  dir.

# Dejenerasyon için Koşullar

Mutlak sıfırın üstünde herhangi bir sıcaklıkta, fermi enerjisinden düşük enerjiye sahip bazı seviyeler boş hale gelecek, çünkü fermiyonlar daha enerjik diğer seviyeleri işgal etmek için kendi termal enerjilerini kullanacak.

$T > 0$  K olduğunda, tamamen dejenere olma durumu olmamasına rağmen, bir beyaz cücenin iç yapısında karşılaşılan yoğunluklar için tamamen dejenere olma varsayımı iyi bir yaklaşımdır. **En enerjik parçacıklar dışındaki bütün parçacıklar fermi enerjisinden daha düşük bir enerjiye sahip olur.**

Dejenerasyonun beyaz cücenin hem yoğunluğuna hem de sıcaklığına nasıl bağlı olduğunu anlamak için, elektron gazının yoğunluğunu göz önüne alarak fermi enerjisi ifadesini yeniden yazalım.

Tamamen iyonize olmuş bir gazda, birim hacimdeki elektron sayısı,

$$n_e = \left( \frac{\text{number } e^-}{\text{nucleon}} \right) \left( \frac{\text{number nucleons}}{\text{unit volume}} \right) = \left( \frac{Z}{A} \right) \left( \frac{\rho}{m_H} \right)$$

beyaz cücenin çekirdeğindeki proton sayısı  $Z$  ve nükleon sayısı  $A$  ile gösteriliyor.  $m_H$  hidrojen atomunun kütlesi.

Bu ifade fermi enerjisi denkleminde yerine yazılırsa,



$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left( 3\pi^2 \frac{Z}{A} \frac{\rho}{m_H} \right)^{2/3}$$

- Bir elektronun ortalama termal enerjisi  $((3/2)kT)$  ile Fermi enerjisi kıyaslanabilir. Kabaca eğer, ortalama termal enerji fermi enerjisinden küçük olursa, ortalama bir elektron işgal edilmemiş bir seviyeye geçiş yapamayacak ve elektron gazı dejenere olacak. O halde dejenere gaz için,

$$\frac{3}{2}kT < \frac{\hbar^2}{2m_e} \left( 3\pi^2 \frac{Z}{A} \frac{\rho}{m_H} \right)^{2/3}$$

- $Z/A=0.5$  için,

$$\frac{T}{\rho^{2/3}} < \frac{\hbar^2}{3m_e k} \left( 3\pi^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{m_H} \right)^{2/3} = 1261 \text{ Km}^2/\text{kg}^{2/3} = D$$

Dejenerasyon şartı ,  $\frac{T}{\rho^{2/3}} < D$

olarak yazılabilir.  $T/\rho^{2/3}$  ün küçük değerleri gazın daha fazla dejenere olduğunu işaret etmektedir.

**Örnek yapalım**

# Dejenere Elektron Basıncı

Pauli dışarlama ilkesi ve,

Heisenberg belirsizlik prensibi ( $\Delta x \Delta p_x \approx \hbar$ )

kombine edilerek elektron dejenerasyon basıncı öngörülebilir.

$$P = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m_e} \left[ \left( \frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$

Bu denklemde  $Z=0.5$  için (C-O beyaz cücesi) elektron dejenerasyon basıncı  $1.9 \times 10^{22} \text{N/m}^2$ . Daha önce elde ettiğimiz değerin yarısı...

Dejenere elektron basıncı bir beyaz cücede hidrostatik dengeyi sürdürmekten sorumlu!

Dejenere elektron basıncından kaynaklanan önemli ilişkiler var!

# Kütle-Hacim İlişkisi

Kütle-hacim ilişkisi yıldızın çökmeye karşı gösterdiği desteği dejenere elektron basıncından almasından ileri gelir.

Bir beyaz cücenin yarıçapı ve kütlesi arasındaki ilişki, merkezi basıncının elektron dejenerasyon basıncına eşitleyerek elde edilebilir,

$$\frac{2}{3} \pi G \rho^2 R_{wd}^2 = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{5 m_e} \left[ \left( \frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$

$\rho = M_{wd} / \frac{4}{3} \pi R_{wd}^3$  olduğundan,

$$R_{wd} = \frac{(18\pi)^{2/3}}{10} \frac{\hbar^2}{G m_e M_{wd}^{1/3}} \left[ \frac{Z}{A} \frac{1}{m_H} \right]^{5/3}$$

$$M_{wd} R_{wd}^3 = \text{sabit}$$

$$M_{wd} V_{wd} = \text{sabit}$$

**Yani, çok daha büyük kütleli beyaz cüceler çok daha küçük!**

- Kütle-hacim ilişkisine göre, beyaz cüce üzerine kütle eklersek nihayetinde yıldız büzülecek, ta ki hacmi sıfırın altına düşene kadar, ve kütlesi sonsuz olacak.
  - Ancak eğer yoğunluk yaklaşık **10<sup>9</sup>kg/m<sup>3</sup>** değerini aşarsa, bu ilişkiden bir sapma meydana gelir. **Peki ama neden?**
  - **Bunu anlamak için elektronun hızını hesaplayalım (Sirius B için).**

$$v \approx \frac{h}{2\pi m_e} \left[ \frac{Z \rho}{A m_H} \right]^{\frac{1}{3}} = 1.1 \times 10^8 \text{ m/s}$$

**Işık hızının üçte biri!**

Eğer kütle hacim ilişkisi doğru olsaydı, Sirius B den biraz daha büyük kütleli beyaz cüceler çok küçük ve yoğun olurdu, o kadar yoğun ki, elektronların hızı ışık hızını aşardı.

- Bu imkansızlık, elektron hızı ve basıncı için yazdığımız ifadelerde **rölativite etkisini ihmal etmenin tehlikesini** ortaya koyuyor.

Elektronlar, elektron hızı için yazılan ve rölativite etkilerini içermeyen denklemden elde edilene göre daha yavaş hareket ettiklerinden, yıldızı çökmeye karşı destekleyen mevcut elektron basıncı daha azdır.

- Böylece büyük kütleli bir beyaz cüce kütle-hacim ilişkisinden tahmin edilenden daha küçüktür.
- Sıfır hacim sonlu bir kütle değerinde meydana gelir, başka bir deyişle, elektron dejenerasyon basıncı ile desteklenebilecek maddenin belli bir miktarda olması gerekir.

# Dinamik Karasızlık

Bir beyaz cücenin merkezi basıncı ( $\rho < 10^9 \text{kg/m}^3$  için),

$$P = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{5 m_e} \left[ \left( \frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{5/3}$$
$$P = K \rho^{5/3}, \text{ (K sabit)}$$

Hatırlayalım ki,

- $\gamma = 5/3$  non-relativistik dejenere elektronlar
- $\gamma = 4/3$  son derece relativistik dejenere elektronlar



- $\gamma=5/3$  için beyaz cüce dinamik olarak kararlıdır. Küçük pertürbasyonlar olsa bile çökme yerine dengeye yeniden gelecektir. Ancak son derece rölativistik durumda,  $v=c$  olmalı. Bu durumda elektron basıncı,

$$P = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \hbar c \left[ \left( \frac{Z}{A} \right) \frac{\rho}{m_H} \right]^{4/3}$$

olur.  $\gamma=4/3$  limiti dinamik kararsızlığı gösterir. Dengeden en ufak sapma beyaz cücenin çökmesine yani dejenere elektron basıncının başarılı olamamasına sebep olacak.

# Chandrasekhar Limiti

- Beyaz cüceler için maksimum kütle limiti, merkezi basınç ile rölativistik dejenere elektron basıncı denklemlerinin eşitlenmesi ile elde edilebilir:

$$M_{Ch} \sim \frac{3\sqrt{2\pi}}{8} \left( \frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \left[ \frac{Z}{A} \frac{1}{m_H} \right]^2 = 0.44 M_{güneş}$$

Bu denklem içerdiği sabitlerle ( $\hbar$ ,  $c$ , ve  $G$ ) bir beyaz cücenin yapısında, kuantum mekaniği, rölativite ve Newtonun çekim kanunu etkilerinin birleştirilmiş halidir.  $Z/A=0.5$  değeriyle yapılan yüksek kesinliği olan bir hesaplama ile  **$M_{Ch} = 1.44 M_{güneş}$**  olarak bulunur. Bu değere **Chandrasekhar limiti** adı verilir.

Beyaz cüceler için kütle-yarıçap ilişkisi; Chandrasekhar limitini aşan bir beyaz cüce keşfedilmedi.

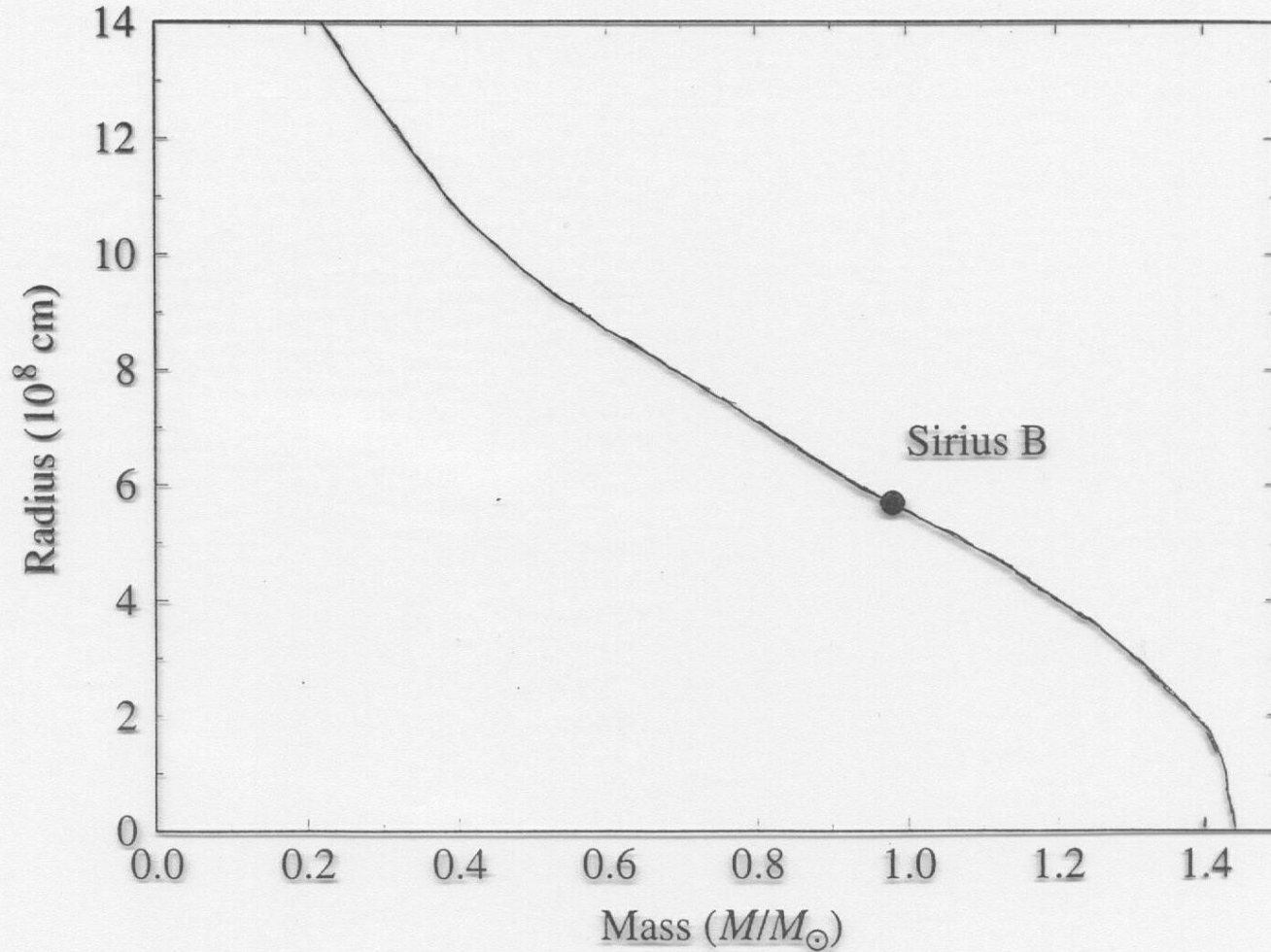


Figure 15.7 Radii of white dwarfs of  $M_{wd} \leq M_{Ch}$  at  $T = 0$  K.

Şunu vurgulamak gerekir ki; ne rölativistik ne de rölativistik olmayan dejenere elektron basıncı denklemleri SICAKLIK TERİMİ İÇERMİYOR!

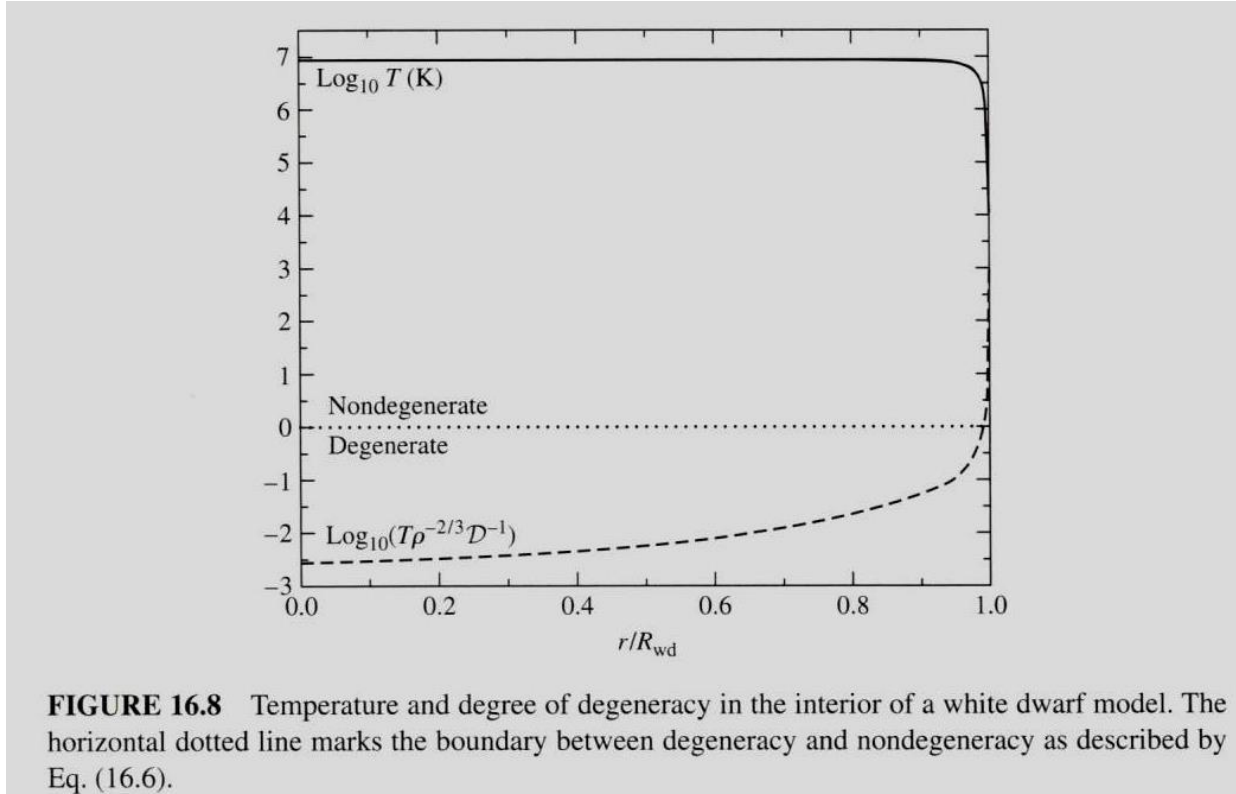
Gaz basıncı (ideal gaz kanununun) ve ışınım basıncının aksine, **tamamen dejenere olmuş elektron gazı basıncı, gazın sıcaklığından bağımsızdır!**

- ✓ Bu, yıldızının mekanik yapısını termal özelliklerinden ayırıştırma etkisine sahiptir. Ancak bu ayırışma  $T > 0$  için hiçbir zaman mükemmel olmaz.

Sonuç olarak, basınç için doğru ifade kısmen dejenere ve rölativistik (ancak  $v < c$ ) gaz davranışını içerir.

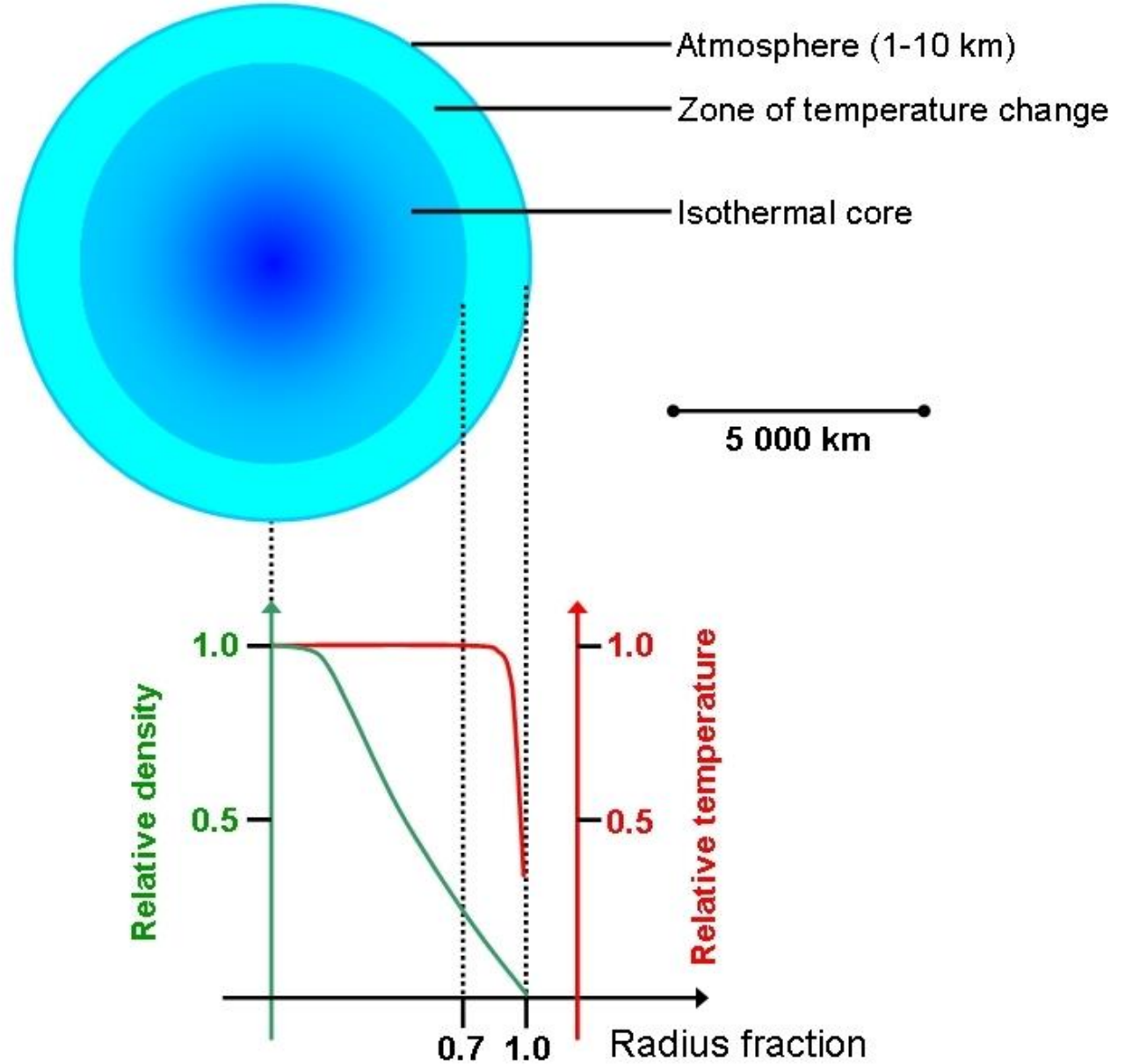
# Beyaz Cücelerde Enerji Taşınımı

- Beyaz cücede, dejenere elektronlar bir çekirdekle çarpışarak enerjisini kaybetmeden önce uzun mesafelere seyahat edebilirler, çünkü düşük enerji düzeylerinin büyük çoğunluğu zaten işgal edilmiştir. Böylece bir beyaz cücede, enerji ışıınımdan ziyade **elektron iletimi** ile taşınır. Bu öyle etkilidir ki, bir **beyaz cücenin iç yapısı izotermale yakındır**.
- Şekil bir beyaz cücenin sabit sıcaklığa yakın bir iç yapı ile onu çevreleyen ince-dejenere olmayan bir zarftan meydana geldiğini gösteriyor.



## Structure of a White Dwarf

Bu zarf, ısıyı transfer etmede çok etkili değil, çünkü enerjinin yavaş bir şekilde dışarı sızmasına sebebiyet veriyor. **Yüzeğe yakın sıcaklık değişimi bir konveksiyon bölgesi oluşturuyor, bu konveksiyon bölgesi beyaz cüce tayfının görünümünü değiştirebilir.**





Beyaz cücenin ışınım gücü onun merkezi sıcaklığı cinsinden,

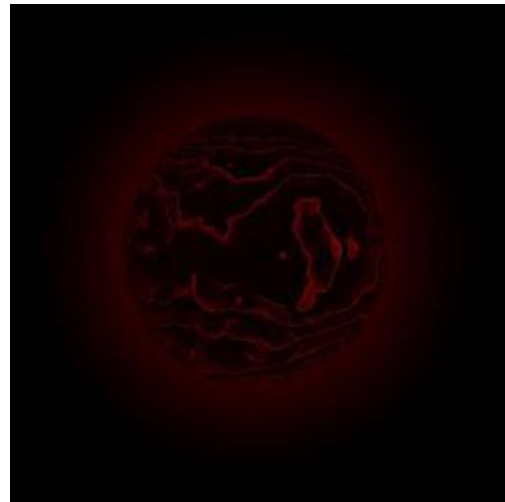
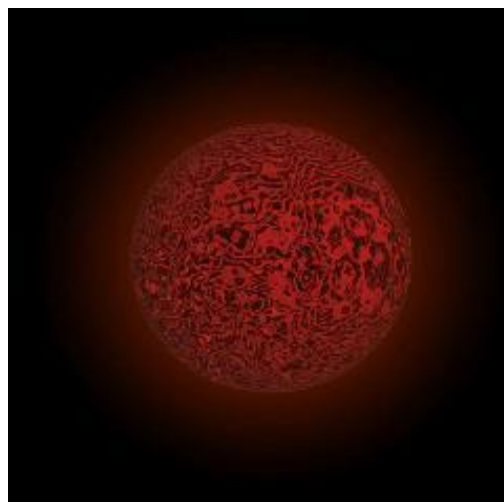
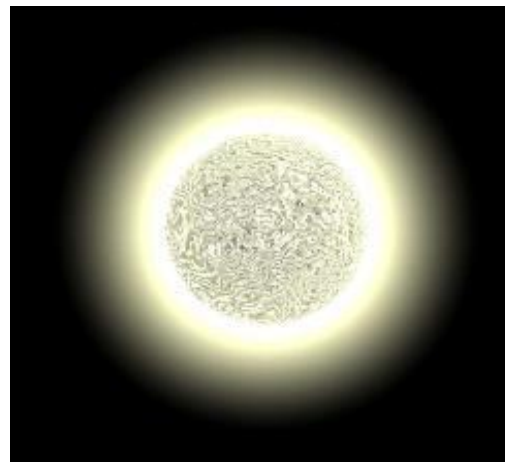
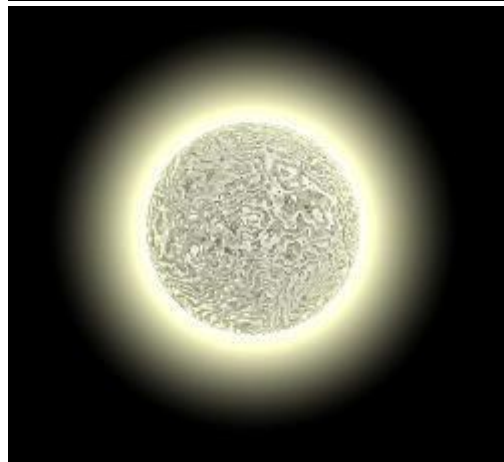
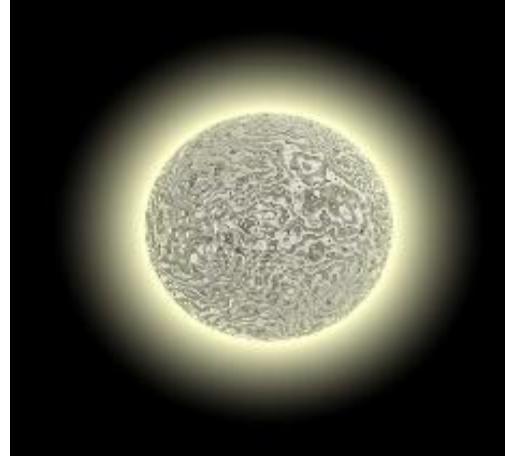
$$L_{wd} = CT_c^{3.5}$$

ve ışınım gücü etkin sıcaklığın dördüncü kuvvetiyle değişiyor (Stefan-Boltzmann kanununa göre).

Bir beyaz cücenin yüzeyi onun izotermal içinden daha yavaş soğur çünkü yıldızın termal enerjisi uzaya sızar.

# Beyaz Cücelerin Soğuması

- ✓ Beyaz cüceler iç ısı kaynağına sahip olmamalarına rağmen, uzun süre parlak kalabilirler, çünkü onların görkemli günlerinden geriye kalan ısı yavaşça tükenir.
- ✓ O halde, bir beyaz cücenin soğuma eğrisi hem yıldızın yaşını hemde iç yapısını yansıtmalı.
- ✓ Beyaz cüceler, ideal gaz hal denklemine uyan çok ince bir yüzey katmanı ile çevrelenmiş küresel bir dejenere elektron topu olarak oldukça iyi tanımlanırlar.
- ✓ Bu, beyaz cücelerdeki soğuma oranları için basit bir sayısal model olarak hizmet edebilir.



Sol – Sıcak ve parlak olan yeni oluşmuş bir beyaz cüce.

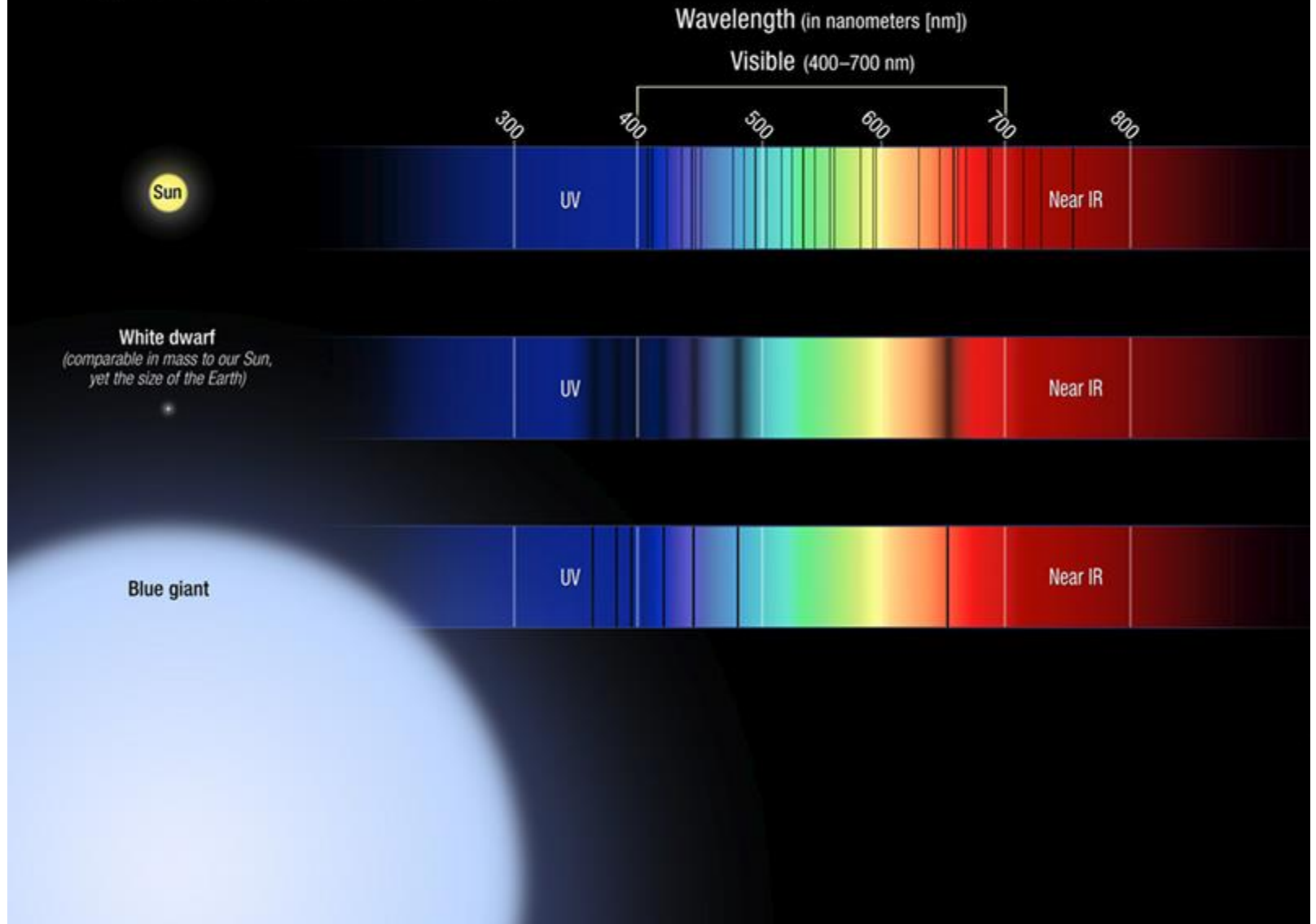
Sağ - İnce atmosferin altına bakarken beyaz cücenin kristalleştiğini görüyoruz

Often the magnetic field of the white dwarf is very strong indeed, and this has resulted in the caused by alternating hot (bright) and texturecool (black) regions

the white dwarf contracts slightly as it cools.

as the white dwarf cools it dims and turns from white to yellow and then to red (left) and finally cools completely to a black dwarf (right)

# Signature of a White Dwarf



# Beyaz Cüce Türleri

## DA Beyaz Cüceleri:

- Tayflarında genişlemiş (basınç kaynaklı) Hidrojen soğurma çizgileri
- En fazla bulunan tür (yaklaşık 2/3)

## DB Beyaz Cüceleri (%8):

- H çizgileri kaybolmuştur
- He soğurma çizgilerine sahip

## DC Beyaz Cüceleri (%14):

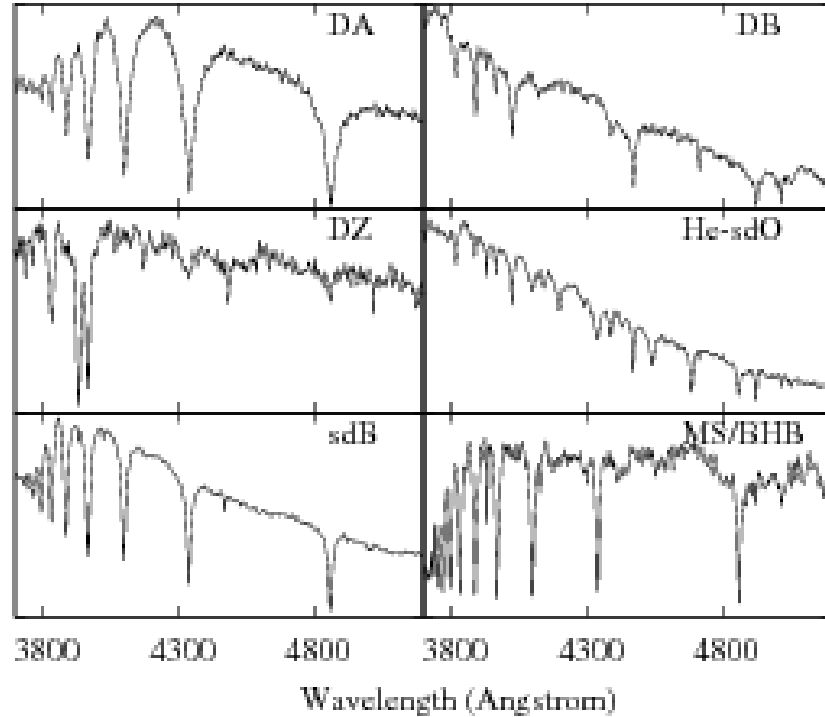
- Çizgi görülmüyor,  
(tayf çizgilerinin olmadığı bir süreklilik)

## DQ Beyaz Cüceleri:

- Tayflarında karbon çizgileri görülüyor

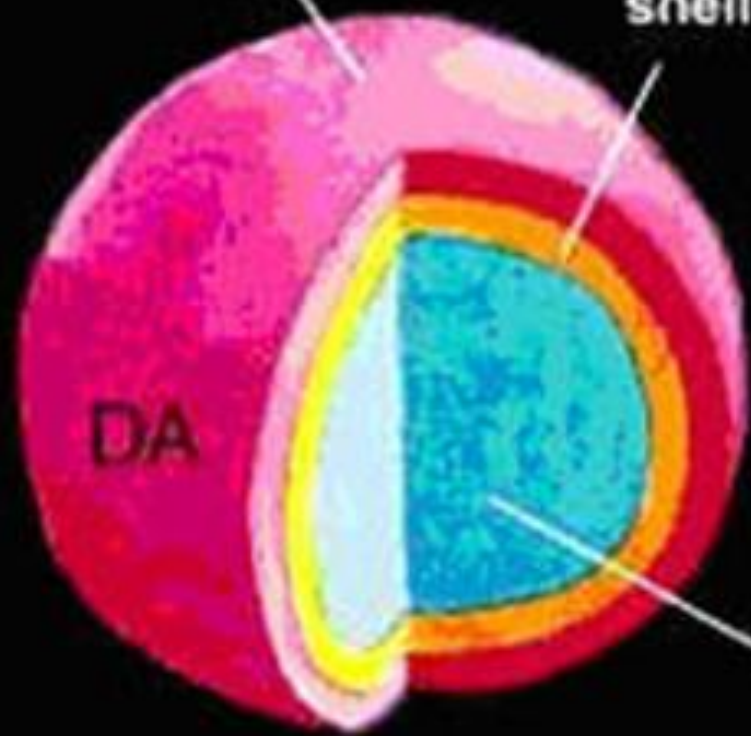
## DZ Beyaz Cüceleri:

- Metal çizgilerinin varlığına ilişkin deliller sergiliyorlar



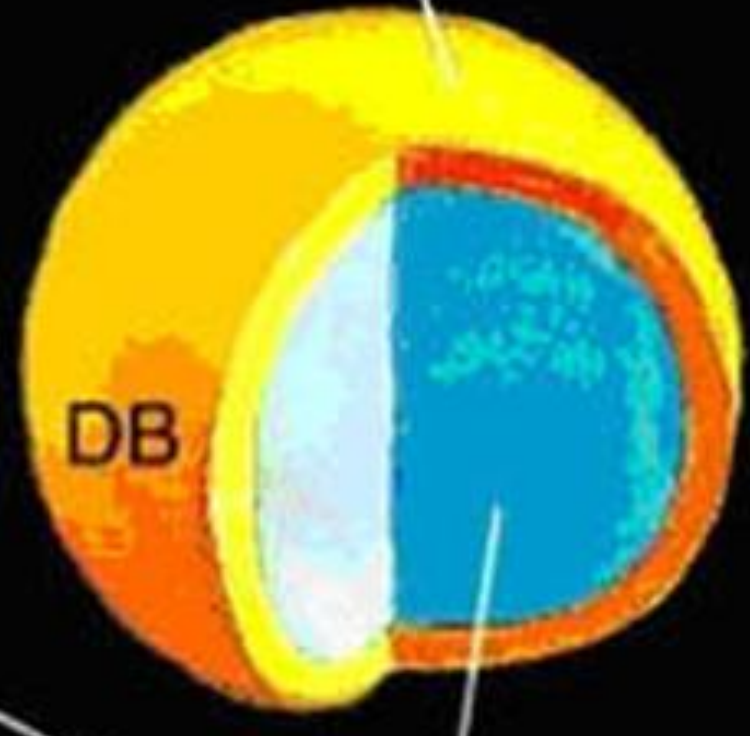
nearly pure hydrogen surface

helium shell



DA

nearly pure neutral helium surface



DB

carbon and oxygen core



# Beyaz Cücelerin Tayfları ve Yüzey Kompozisyonları

Beyaz cücelerin son derece güçlü çekimleri DA beyaz cücelerin karakteristik hidrojen tayfının varlığından sorumludur.

- Daha ağır çekirdek yüzeyin altına çekiliyor, buna karşın, daha hafif hidrojen yüzeye doğru yükseliyor,

SONUÇ: C-O çekirdeğin üstünde bir helyum katmanını çevreleyen ince ve dış bir hidrojen katmanı!

- Çekirdeğin bu dikey tabakalanması yaklaşık 100 yıl alıyor.

DB ve DC beyaz cücelerin orjini henüz net değil. AGB evresinde, termal pulsasyon yada süperrüzgarlar ile ilişkilendirilen etkin bir kütle kaybı meydana gelebilir. Bu kütle kaybı ile beyaz cücenin hidrojeninin hemen hemen tamamı soyulur. Böylece tayflarında H çizgileri görülemez.

Alternatif olarak , tek bir beyaz cüce DA ve DA olmayan türler arasında dönüştürülebilir yüzey katmanlarındaki konvektif karışımla.

# Zonklama Yapan Beyaz Cüceler

- $T_e \approx 12000\text{K}$  olan beyaz cüceler H-R diyagramının kararsızlık kuşağında bulunur ve 100-1000 s arasında dönemleriyle zonklama yaparlar (ZZ Ceti değişenleri-DA türü-DAV yıldızları).
- Parlaklık değişimleri yıldızın yüzey sıcaklığındaki değişimlerden kaynaklanır.

# Beyaz Cüce Kütlelerinin Ötesi

Beyaz cücelerin limit kütlesi ile ilgili tartışmalarda şimdiye kadar basıncın elektronlardan kaynaklandığını gördük.

- ✓ Ancak, eğer Chandrasekhar kütlesi aşılsa ve sistem çökerse, nihayetinde öyle bir yoğunluğa ulaşılır ki, burada nükleonlar (ayrıca fermiyonlar) güçlü dejenerasyon basıncını üretmeye başlar.
- ✓ Bu nükleon dejenerasyon basıncı durdurulabilse de, çökme kütleye bağlı olur.
- ✓ Hesaplamalar gösteriyor ki, 2-3 $M_{\text{sun}}$  dan daha küçük bir kütle için çökme zayıf etkileşimlerle tüm protonları nötronlara dönüştürür, bu süreç ise bir nötron yıldızı üretir.

- ✓ Nötron dejenerasyon basıncı nötron yıldızındaki çökmeyi durdurur, yoğunluklar ve yarıçaplar beyaz cüceler için olduğundan yaklaşık olarak 500 kez daha küçük olur.
- ✓ Güçlü çekim için hesaplamalar ve genel düşünceler işaret ediyor ki, bundan daha büyük kütleler için, **bu nötron dejenerasyon basıncı bile çekime galip gelemmez** ve sistem bir kara delik meydana getirerek çöker.
- ✓ Bu düşünceler ayrıca işaret ediyor ki, beyaz cüceler ve nötron yıldızları normal yıldızlar ile karadelikler arasında bulunan mümkün olan tek kararlı konfigürasyonlardır.