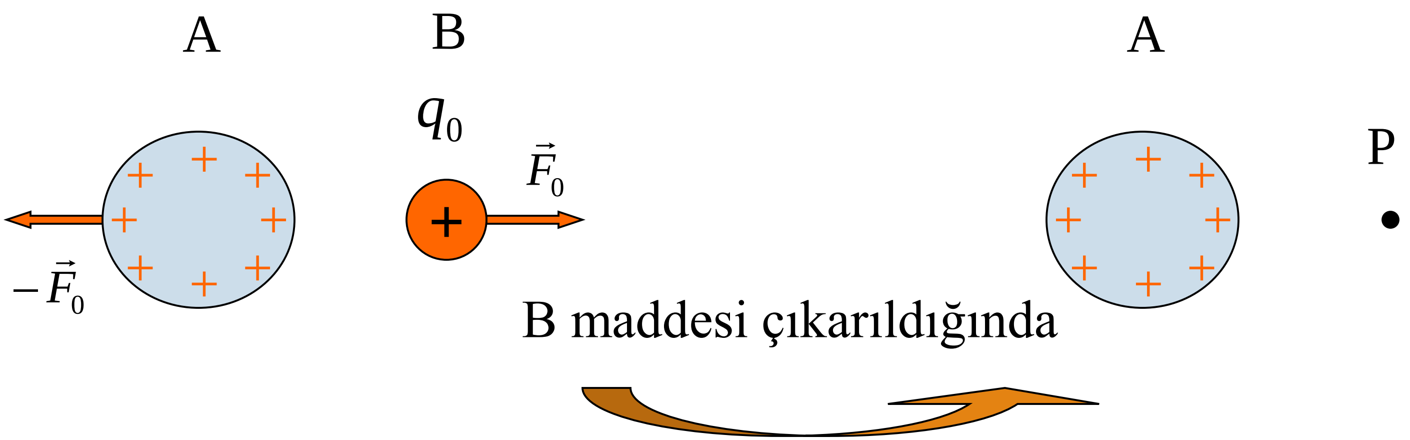
Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler



•Yüklü A maddesinin varlığı uzayın niteliğini değiştirir ve bir “elektrik alan”oluşturur.

•Yüklü B maddesi çıkarıldığında , B maddesi üzerinde meydana gelen kuvvet gözden kaybolsa da, A maddesinin oluşturduğu elektrik alan kalır.

•Yüklü madde üzerindeki elektrik kuvvet, diğer yüklü maddelerin meydana getirdiği elektrik alan tarafından oluşturulur.

Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

❑ Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

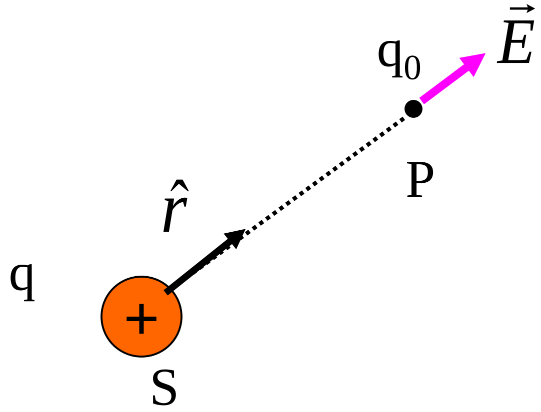
• Belirli bir noktada elektrik alanın olup olmadığını deneysel olarak bulmak için, noktaya yüklü küçük bir cisim(deneme yükü) yerleştiririz.

• Elektrik alan şu şekilde ifade edilir: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_0}{q_0}$ (SI biriminde N/C)

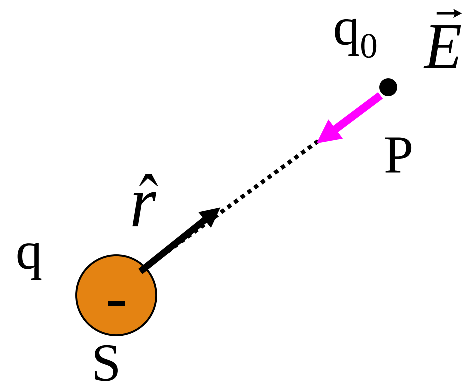
• Bir q yükü üzerindeki kuvvet: $\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$

Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

- Bir nokta yükün elektrik alanı

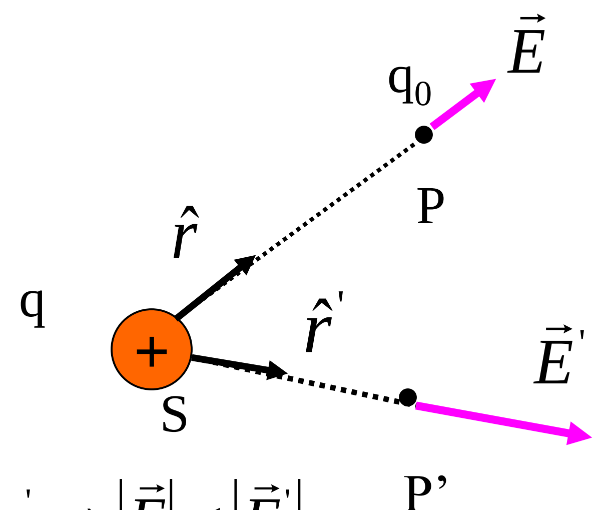


$$\hat{r} = \vec{r} / r$$



$$F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|qq_0|}{r^2} \quad + \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}}$$



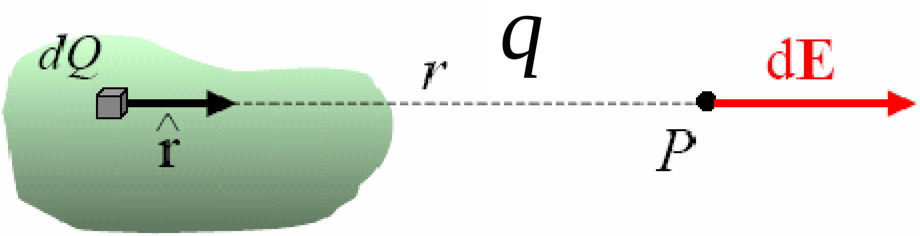
$$r > r' \rightarrow |\vec{E}| < |\vec{E}'|$$

Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

Sürekli bir yük dağılımı küçük yük unsunlarına bölünebilir.

$dQ=\rho dV$, burada ρ yük yoğunluğudur.

dQ yük unsurlarından dolayı P noktasındaki $d\mathbf{E}$ alanı :



$$d\vec{E} = k_e \frac{dQ}{r^2}\hat{r}$$

P noktasındaki toplam elektrik alanı bulmak için,dağılım içerisindeki tüm yük elemanlarını toplarız ve $dQ \to 0$ limit alırız.

$$\vec{E} = \lim_{dQ\to 0} \sum_i k_e \frac{dQ_i}{r_i^2}\hat{r}_i = k_e \int \frac{dQ}{r^2}\hat{r}$$

Yük dağılımının hacmi boyunca integral alınır.

Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

- Sürekli bir yük dağılımının elektrik alanı

Bunlar 1,2 veya 3 boyutlu olarak düşünülebilir.

Simgeleme(gösterim) için bazı yaygın kabuller vardır

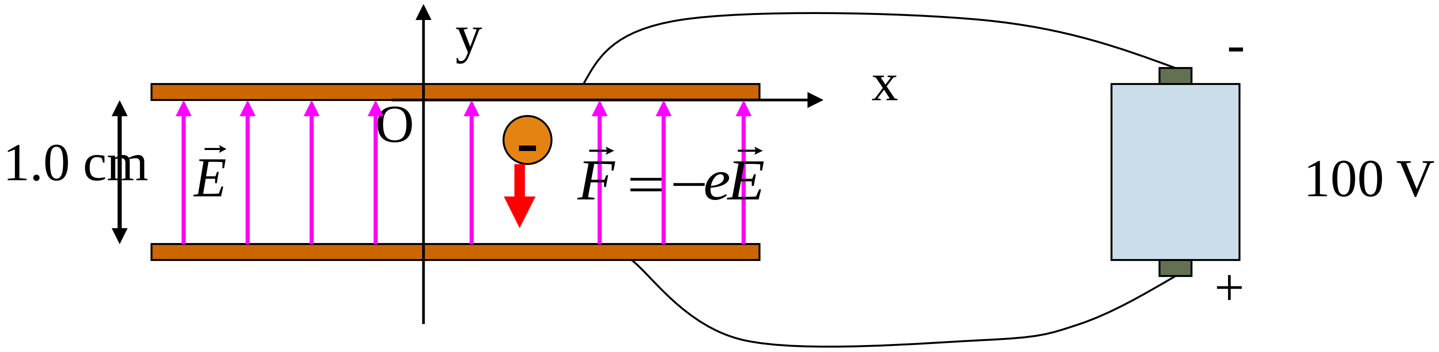
Birim uzunluk başına yük $\boldsymbol{\lambda}$; birimi C/m $i.e, \quad dq = \lambda\, dl$

Birim alan başına yük $\boldsymbol{\sigma}$; birimi C/m^2 $i.e, \quad dq = \sigma\, dA$

Birim hacim başına yük $\boldsymbol{\rho}$; birimiC/m^3 $i.e, \quad dq = \rho dV$

Elektrik alan ve Elektrik kuvvetler

❑Örnek 21.7: Düzgün bir alan içinde elektron



- Bataryaya bağlanmış iki geniş iletken paralel plaka düzgün elektrik alan üretir. (Bir sonraki bölüme bakınız) $E = 1.00\times10^4$ N/C
- Elektrik kuvvet sabit olduğundan, ivmede sabittir

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-eE}{m} = \frac{(-1.60\times10^{-19}\text{C})(1.00\times10^4\,\text{N/C})}{9.11\times10^{-31}\text{kg}} = -1.76\times10^{15}\text{m/s}^2$$

- Sabit ivme formülünden: $\upsilon_y^2 = \upsilon_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$

$$|\upsilon_y| = \sqrt{2a_y y} = 5.9\times10^6\,\text{m/s} \leftarrow \upsilon_{0y} = 0, y_0 = 0 \ \text{ iken} \quad y = -1.0\,\text{cm}$$

- Elektronun kinetik enerjisi: $K = (1/2)m\upsilon^2 = 1.6\times10^{-17}$ J
- Gerekli zaman: $t = \dfrac{\upsilon_y - \upsilon_{0y}}{a_y} = 3.4\times10^{-9}\ s$

Elektrik Alan Çizgileri

- Bir elektrik alan çizgisi uzayın herhangi bir bölgesi boyunca çizilen hayali doğru ya da eğrilerdir, bu yüzden her noktadaki elektrik alan çizgilerinin teğeti o noktadaki elektrik alan vektörünün yönündedir.
- Elektrik alan çizgileri her noktadaki $\vec{E}$ yönünü gösterir,ve onlar arasındaki mesafeler her noktadaki $\vec{E}$ şiddeti hakkında genel bir fikir verir .
- Nerede $\vec{E}$ güçlü ise, elektrik alan çizgileri birbirlerine yakın bir şekilde bir arada ilerlerler; nerede $\vec{E}$ zayıf ise, elektrik alan çizgileri birbirine oldukça uzaktır.
- Herhangi bir belirli noktada, elektrik alan tek yöne sahiptir bu yüzden alanın her noktasından sadece bir alan çizgisi geçer.

Alan çizgileri asla birbirini kesmez.

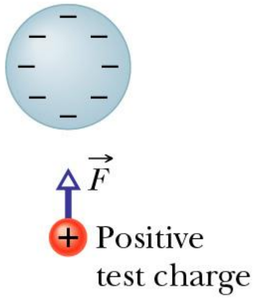
Elektrik alan çizgileri

❑ Alan çizgisi çizme kuralları:

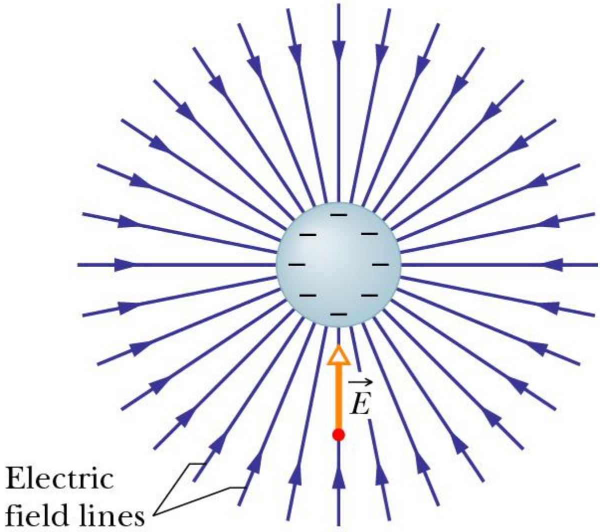
- Elektrik alan çizgileri + yükten başlar – yükte son bulur. (yada sonsuzda)
- Çizgiler yüke simetrik olarak varır yada ayrılırlar.
- Yüke varan yada ayrılan çizgilerin sayısı yükle orantılıdır
- Çizgilerin yoğunluğu o noktadaki elektrik alan şiddetini gösterir.
- Yükler sisteminden büyük uzaklıklarda çizgiler , sistemin net yüküne eşit tek bir nokta yükün oluşturduğu şekilde izotropik ve radyaldır.
- İki alan çizgisi kesişemez.

Elektrik alan çizgileri

- Alan çizgisi örnekleri



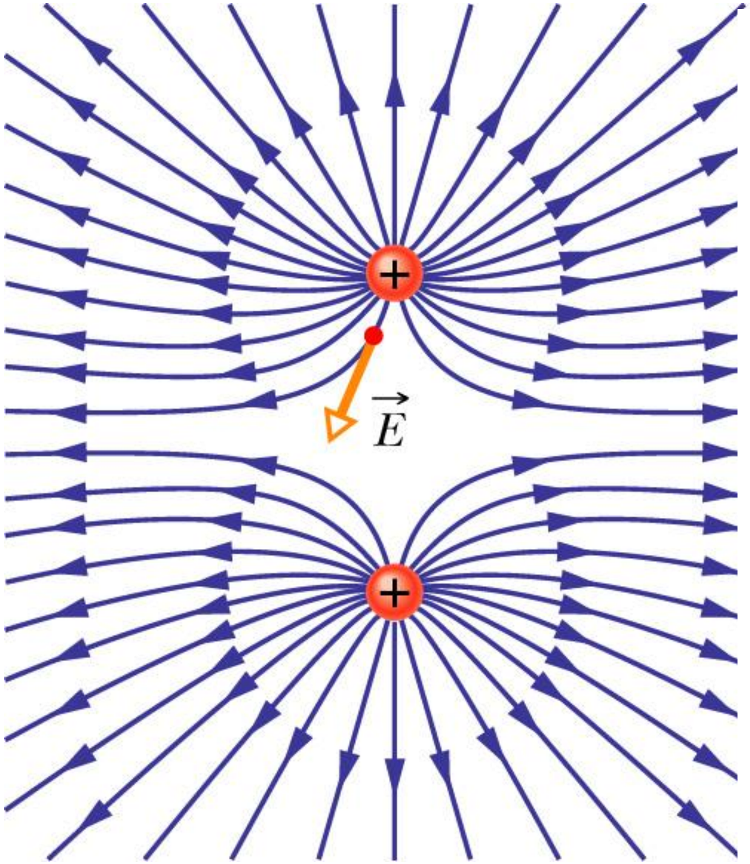
(a)

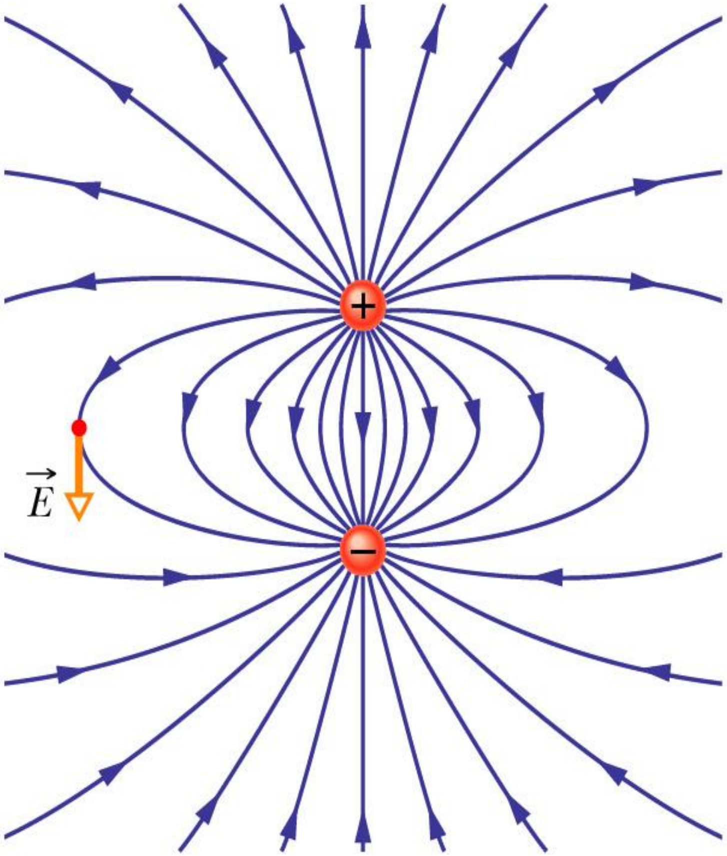


(b)

Elektrik alan çizgileri

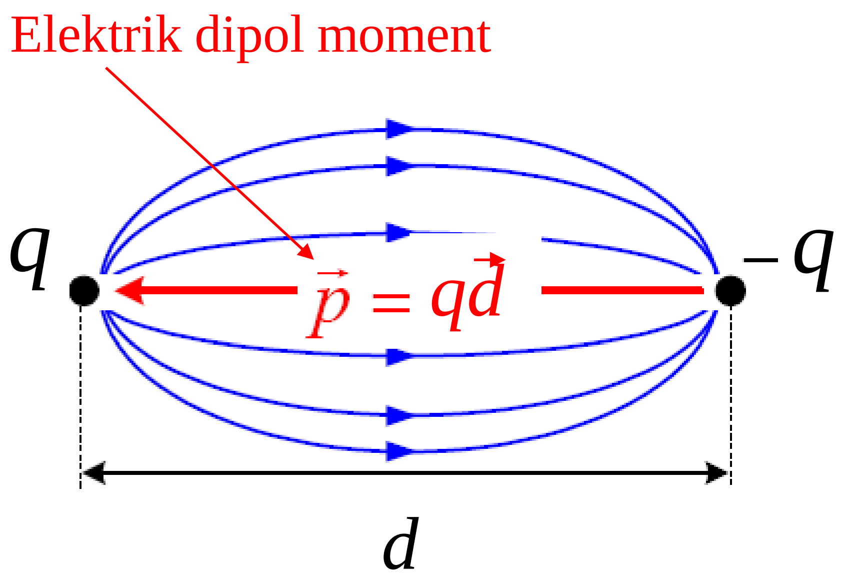
❑Alan çizgisi örnekleri (cont’d)



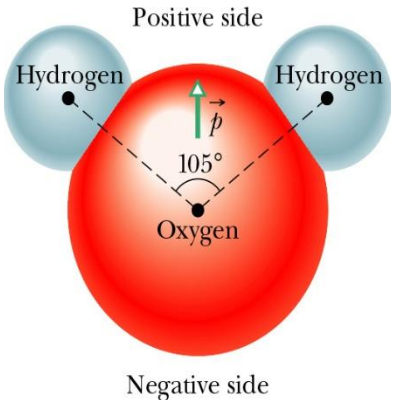


Elektrik dipoller

- Bir elektrik dipol eşit büyüklükte ve d uzaklığı ile ayrılmış zıt işaretli nokta yük çiftidir.

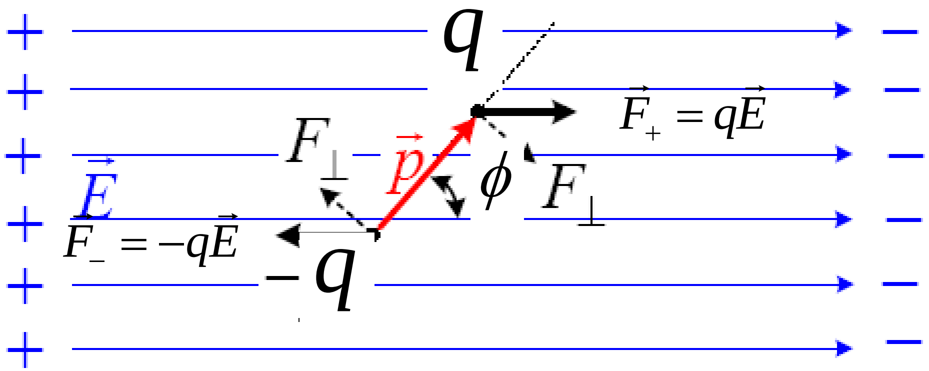


- Su molekülleri ve elektrik dipolü



Elektrik Dipoller

- Elektrik dipol üzerindeki kuvvet ve tork



tork: $\tau = (qE)(d\sin\phi)$

elektrik dipol moment: $p = qd$

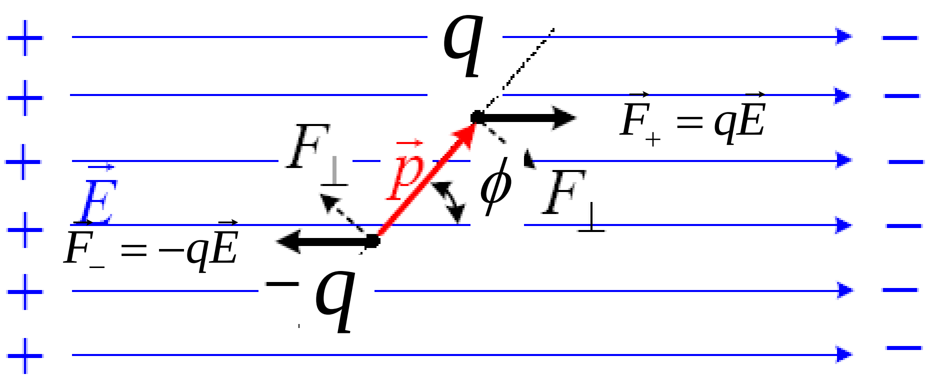
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Çok küçük bir dϕ yer değişimi sırasında tork τ tarafından yapılan iş:

$$dW = \tau\, d\phi = -pE\sin\phi\, d\phi$$

Elektrik Dipoller

- Elektrik dipol üzerindeki kuvvet ve tork



$$U(\phi) \equiv -pE\cos\phi = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

Elektrik alandaki dipol için potansiyel enerji

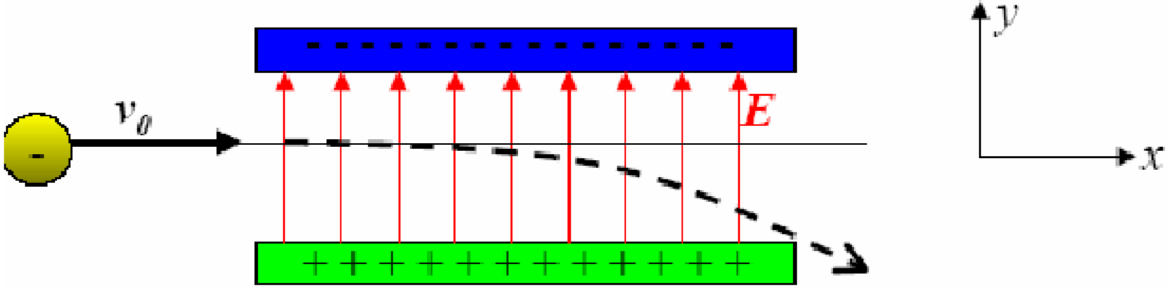
$$W = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \tau\, d\phi = \int_{\phi_1}^{\phi_2} (-pE\sin\phi)d\phi = pE\cos\phi_2 - pE\cos\phi_1$$

$$= -(U_2 - U_1)$$

Alıştırmalar

Düzgün elektrik alan içerisindeki yüklü parçacığın yörüngesi

Başlangıçta v_o hızına sahip elektron gösterildiği gibi elektron hızı ile dik açı yapan düzenli elektrik alan bölgesine girer. Zamanın fonksiyonu olarak elektronun hızı ve pozisyonu ifade edilir.



❶ $\vec{a} = -\frac{eE}{m}\hat{j} \Rightarrow v_x = v_0$ ve $v_y = v_{0y} + a_y t = -\frac{eE}{m}t$

❷ hemde $x = x_0 + v_{0x}t = v_0 t$ ve $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{eE}{2m}t^2$

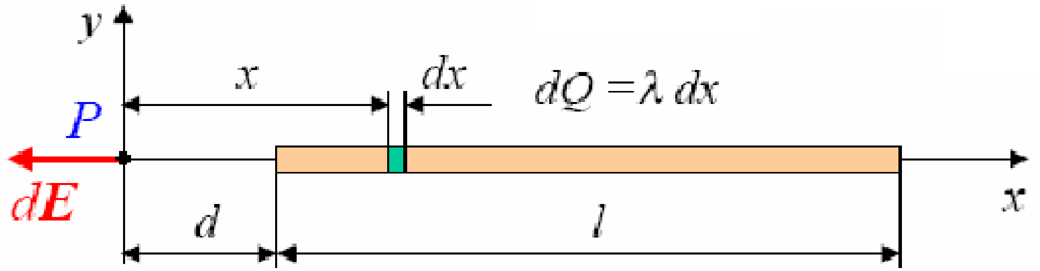
❸ böylece, $t = \frac{x}{v_0}$ yerine koyarsak $y = -\frac{eE}{2mv_0^2}x^2$

Parabolik yörünge
Mermi hareketi gibi!

Alıştırmalar

❑Sonlu çizgi yükün elektrik alanı

l uzunluklu çubuk λ birim uzunluk başına düzgün yük miktarına sahiptir. Çubuğun ekseni boyunca bir ucundan d uzaklıkta P noktasındaki elektrik alan hesaplanır. Not



dQ parçasından dolayı P noktasındaki dE elektrik alanı negatif x yönündedir ve büyüklüğü $\boxed{dE = k_e \frac{dQ}{x^2} = k_e \frac{\lambda\, dx}{x^2}}$ dir. Şimdi çubuk içindeki bütün yük unsurları boyunca toplama yapalım.

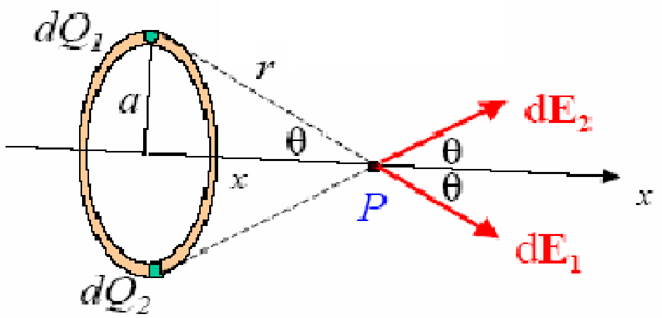
$$\boxed{E = \int_d^{d+l} k_e \lambda \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \int_d^{d+l} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_d^{d+l} = k_e \lambda \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+l} \right) = \frac{k_e Q}{d(d+l)}}$$

Not: $l \ll d$, için E- alanı nokta yükün elektrik alanına benzer.

Alıştırmalar

- Yüklü halkanın elektrik alanı

a yarıçaplı halka birim uzunluk başına düzgün yüke sahiptir, ve toplam yük $Q > 0$ dır. Halka ekseni boyunca merkezden x uzaklığındaki P noktasındaki elektrik alan hesaplayalım.



$$dE_1 = k_e \frac{dQ_1}{r^2}$$

Simetri tartışmaları alanın x ekseni boyunca uzanması gerektiğini gösterir. (dik bileşenlerin toplamı sıfırdır.)

$$dE_{1x} = dE_1 \cos\theta$$

$$r = \left(x^2 + a^2\right)^{1/2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

Tüm elemanlar P den eşit uzaklıktadırlar ve bu yüzden P deki alana eşit katkı sağlarlar.

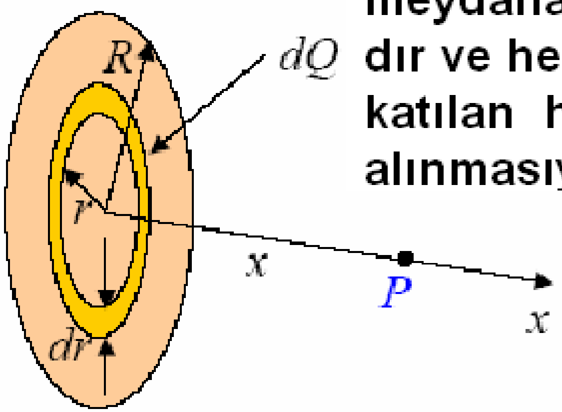
$$E_x = \int dE_x = \int \left(k_e \frac{dQ}{r^2}\right)\frac{x}{r} = \int \frac{k_e x}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} dQ = \frac{k_e x}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} \int dQ = \frac{k_e x}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} Q$$

Kontrol: $x=0 \rightarrow E_x=0$; $x>>a \rightarrow E_x=kQ/x^2$, *Halkadan çok uzaklara gidildikçe nokta yüke benzer.*

Alıştırmalar

❑ Düzgün bir şekilde yüklü diskin elektrik alanı

R yarıçaplı disk σ birim yüzey başına düzgün yüke sahiptir. Diskin merkez ekseni üzerinde merkezinden x kadar uzakta bulunan P noktasındaki elektrik alanı hesaplayalım.



Diskin, yarıçapı $0 < r < R$ olan eşmerkezli halkalardan meydana geldiği düşünülebilir. Herbir halkanın alanı $2\pi r dr$, dır ve herbir halka üzerindeki yük $dQ = \sigma(2\pi r dr)$ dır. Böylece katılan her halka P de elektrik alan oluşturur, r yerine a alınmasıyla bir önceki örneğin aynısı olur.

$$dE = \frac{k_e x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} \left(2\pi r dr \sigma\right)$$

P deki toplam alan için bu ifadenin $r = 0$ ile $r = R$ arasında integralini almalıyız.

$$E = k_e x \pi \sigma \int_0^R \frac{2r dr}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} = k_e x \pi \sigma \left[\frac{\left(x^2 + r^2\right)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R = 2\pi k_e \sigma \left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\left(x^2 + R^2\right)^{1/2}} \right)$$

Kontrol: $x >> R$. *Kullan* $x/\sqrt{x^2 + R^2} \approx 1 - R^2/2x^2 + \ldots \Rightarrow E = kQ/x^2$ *Nokta yük burada* $Q = \pi R^2 \sigma$

Alıştırmalar

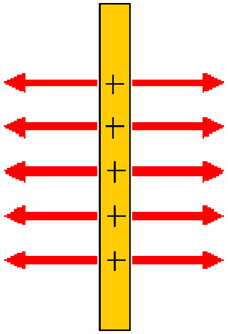
- Yüklü sonsuz plakanın elektrik alanı

Düzgün yük yoğunluğu σ olan sonsuz plakada x kadar uzaktaki elektrik alanı hesaplayalım.

Önceki örneğin sonuçlarından yararlanabiliriz ve $R \longrightarrow \infty$ alabiliriz.

$$E = 2\pi k_e \sigma \left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\left(x^2 + R^2\right)^{1/2}} \right) \underset{R \to \infty}{\longrightarrow} 2\pi k_e \sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

burada $k_e = 1/4\pi\varepsilon_0$



Not:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad x > 0$$

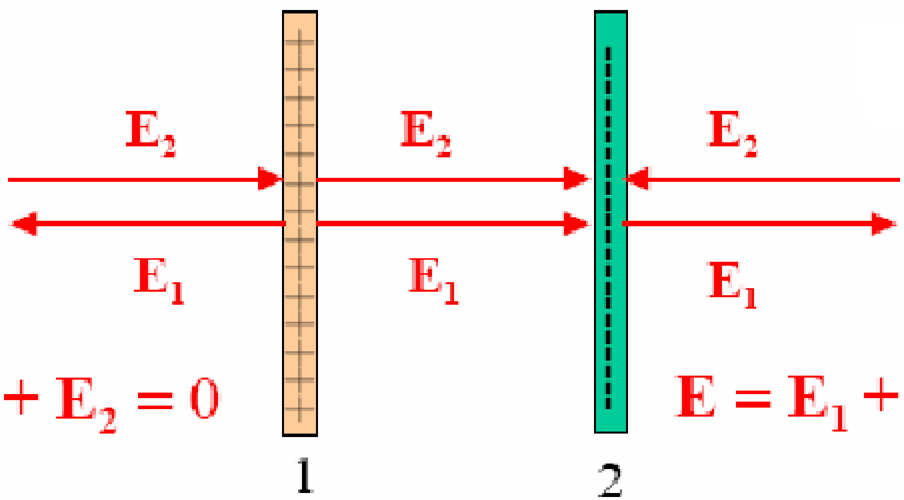
$$E_x = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad x < 0$$

Elektrik alan düzgündür: x ekseni boyunca hareket edildiğinde yüklü sonsuz plaka boyunca ilerlerken, elektrik alan $-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$ den $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$ ye atlar.

Alıştırmalar

- Zıt yüklü paralel iki plakanın elektrik alanı

Eşit fakat zıt yük yoğunluğuna sahip iki paralel plaka örneği için önceki hesaplama sonuçlarını kullanabiliriz.



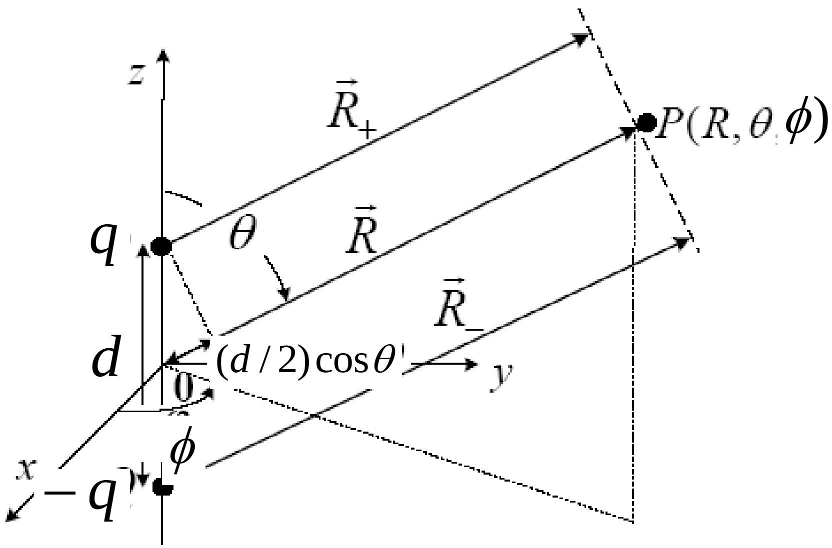
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0 \qquad \mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0$$

Fakat iki plaka arasında, $\boxed{E = E_1 + E_2 = 2\left(\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right) = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}}$

Alıştırmalar

- Elektrik dipolün belli bir uzaklıktaki alanı

$$R_+ \approx R - \frac{d}{2}\cos\theta \qquad R_- \approx R + \frac{d}{2}\cos\theta$$



$$E(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_+^2} - \frac{1}{R_-^2}\right)$$

$$\cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(R - \frac{d}{2}\cos)^2} - \frac{1}{(R + \frac{d}{2}\cos\theta)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R^2(1 - \frac{d}{2R}\cos\theta)^2} - \frac{1}{R^2(1 + \frac{d}{2R}\cos\theta)^2}\right]$$

$$\cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\left[\frac{1}{1 - \frac{d}{R}\cos\theta} - \frac{1}{1 + \frac{d}{R}\cos\theta}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\frac{2d}{R}\cos\theta = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^3}\cos\theta \propto \frac{1}{R^3}$$

$x << 1$ İken $(1+x)^n \cong 1 + nx$