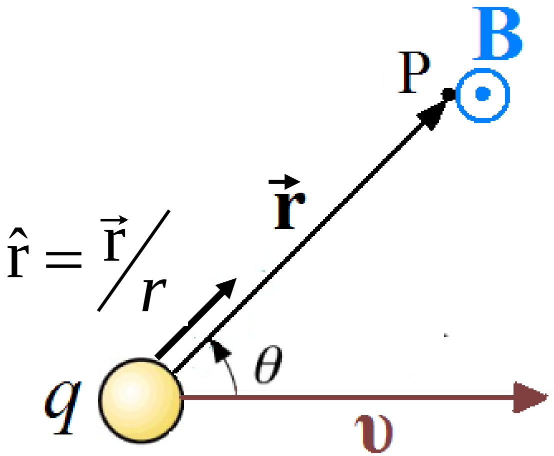
Manyetik alan kaynakları

Hareketli bir yükün manyetik alanı

❑Hareketli bir yük tarafından üretilen manyetik alan



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\,\vec{\upsilon} \times \hat{r}}{r^2}$$

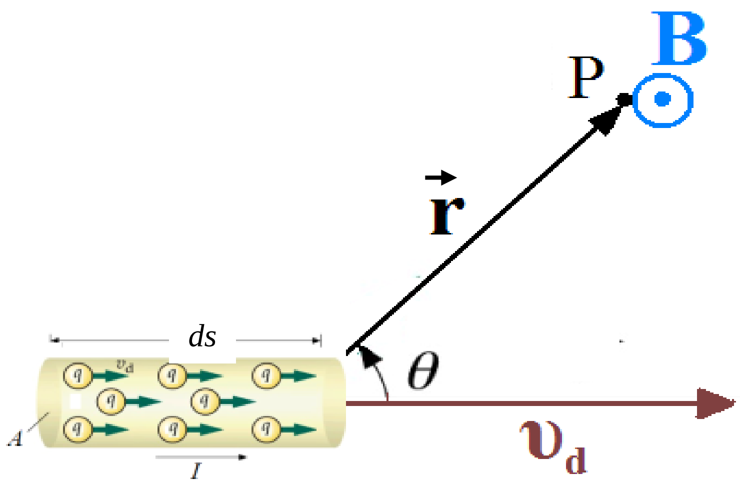
$$\hat{r} = \vec{r}/r$$

Elektrostatikte gerekli olan $1/(4\pi\varepsilon_0)$ a benzer olarak $\mu_0/4\pi$ orantı sabiti faktörüne gerek olduğuna işaret edelim.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A} = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$$

Bir akım unsurunun manyetik alanı

- Bir akım unsuru tarafından üretilen manyetik alan



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\vec{\upsilon}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\hat{r} = \vec{r}/r$$

I akımı taşıyan bir iletkenin ds unsuru için n A ds kadarlık v_d sürüklenme hızına sahip yükler vardır.

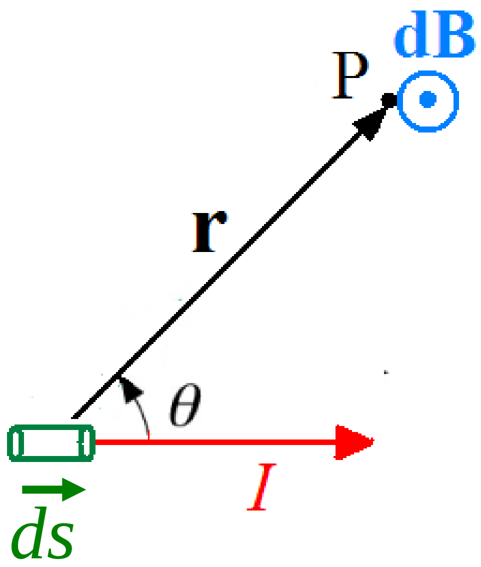
q yükü sayısı

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,nA\;ds\;\vec{\upsilon}_d\times\hat{r}}{r^2} \Rightarrow$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\;d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

Bir akım unsurunun manyetik alanı

- Biot-Savart Kanunu



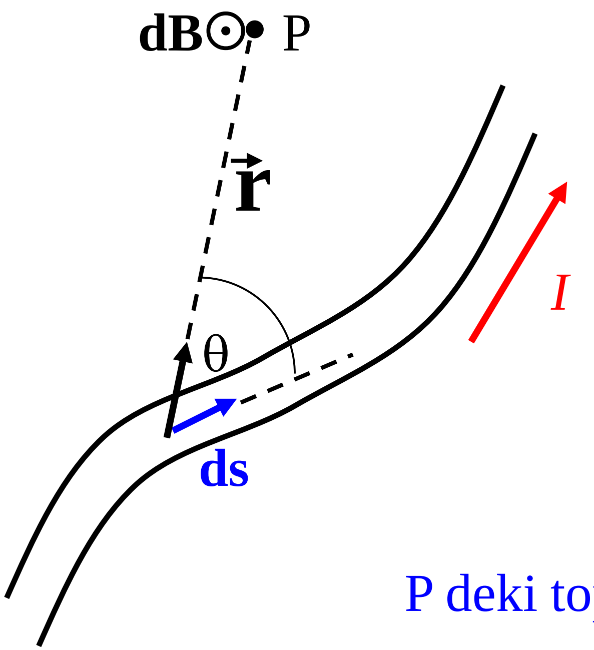
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{}\frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

$\vec{ds}$ nin I nın yönünde olduğuna bununla birlikte düşünülen telin ds uzunluğunun büyüklüğüne sahip olduğuna dikkat edelim.

Biot ve Savart 1825 de bobinlerle yapılan deneyden çıkarılan sonuç.

Bir akım unsurunun manyetik alanı

- Biot-Savart Kanunu



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad ; \qquad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

dB alanının büyüklüğü:

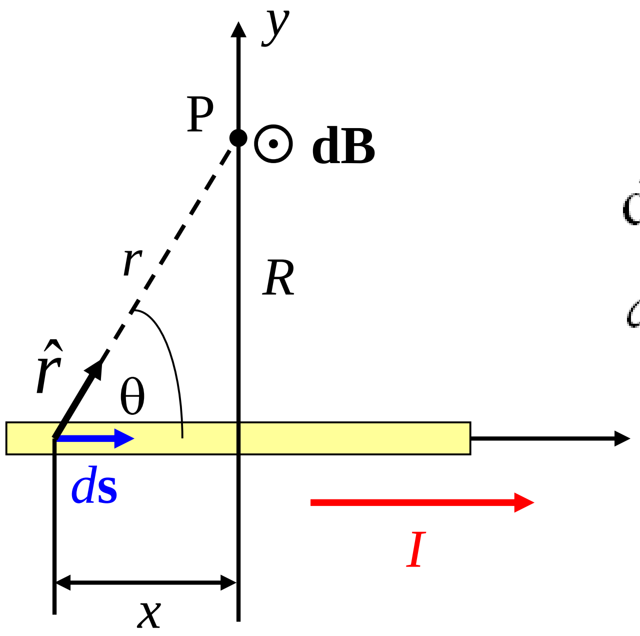
$$dB = \frac{\mu_0 I \, ds \sin\theta}{4\pi r^2}$$

P deki toplam manyetik alan teldeki tüm ds unsurlarının toplamı ile bulunur.

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

Düz bir akım taşıyan iletkenin manyetik alanı

- L uzunluklu düz bir tel
  - ***L*** uzunluklu ince bir telin ***I*** sabit akımı taşır .
  - ***P*** deki toplam B alanını bulalım.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{s} \times \hat{r}$ Her zaman sayfadan dışa doğrudur.

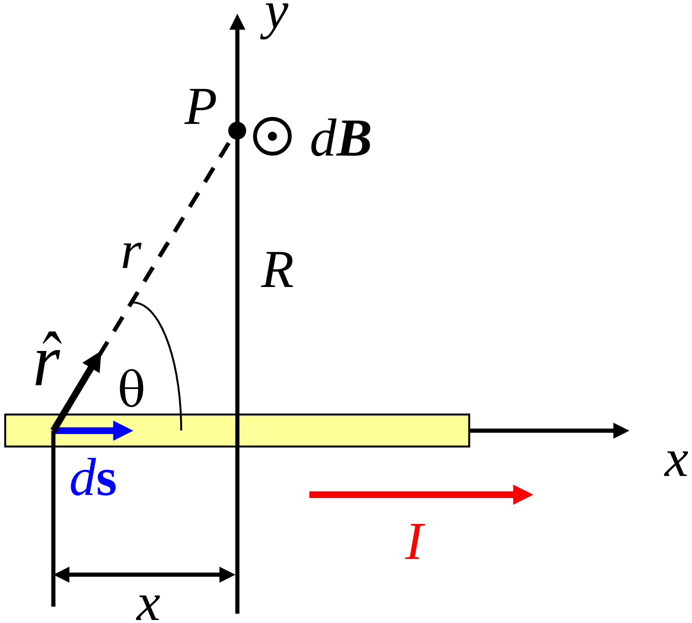
$ds \sin\theta$ büyüklüğe sahiptir.

Böylece **dB** nin büyüklüğü aşağıdaki gibi verilir:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \sin\theta}{r^2}$$

Düz bir akım taşıyan iletkenin manyetik alanı

- L uzunluklu düz bir tel



$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{|dx|\sin\theta}{r^2}$$

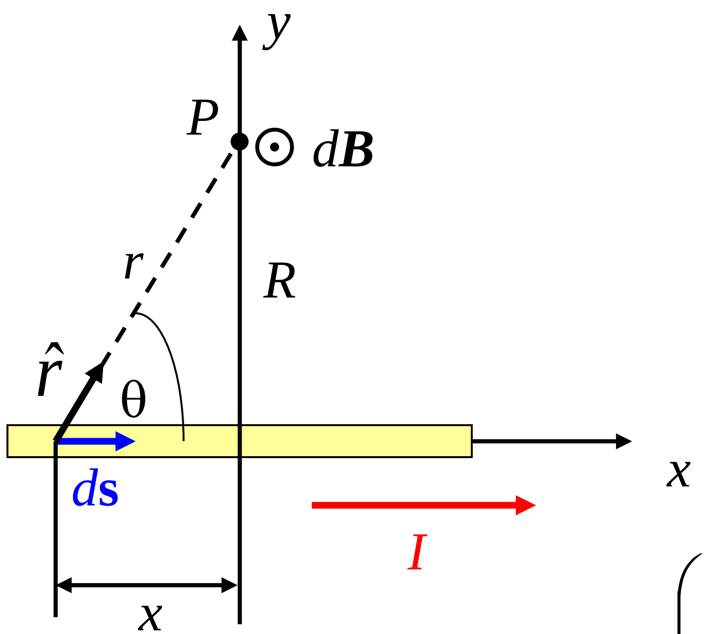
$$\frac{R}{r} = \sin\theta \quad ; \quad r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R|dx|}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\frac{x}{R^2(x^2 + R^2)^{1/2}}\Bigg|_{-L/2}^{L/2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\frac{L}{\sqrt{L^2/4 + R^2}}\right)$$

Düz bir akım taşıyan iletkenin manyetik alanı

- L uzunluklu düz bir tel



$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\frac{L}{\sqrt{L^2/4+R^2}}\right)$$

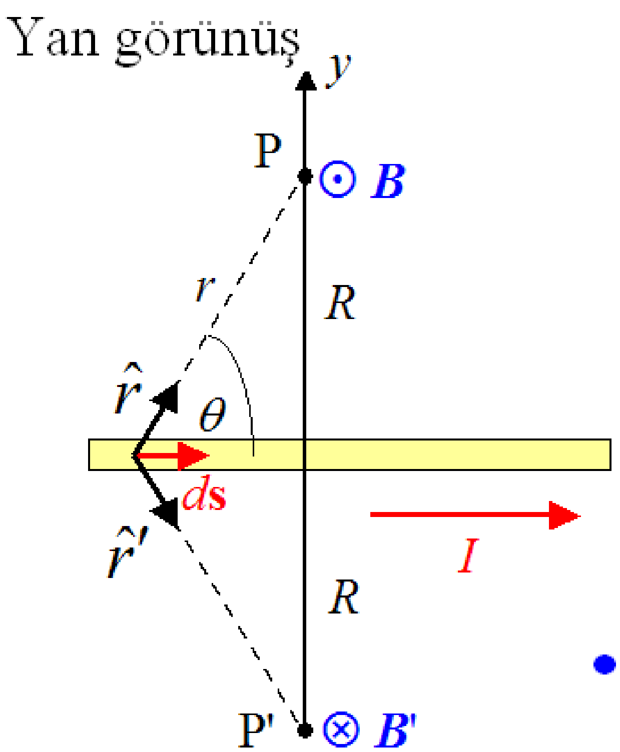
$(L/R) \rightarrow \infty$ limitinde

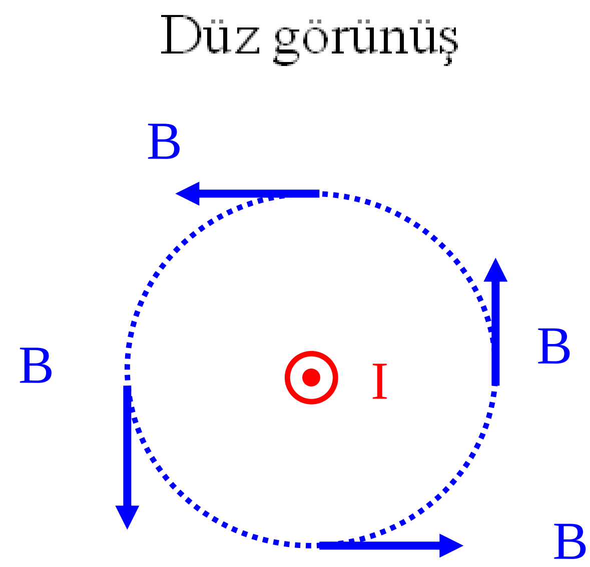
$$\left(\frac{L}{\sqrt{L^2/4+R^2}}\right) = \frac{L/R}{\sqrt{(L/R)^2/4+1}} \approx 2$$

Uzun düz bir telin manyetik alanı: $$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Düz bir akım taşıyan iletkenin manyetik alanı

- L uzunluklu düz bir tel

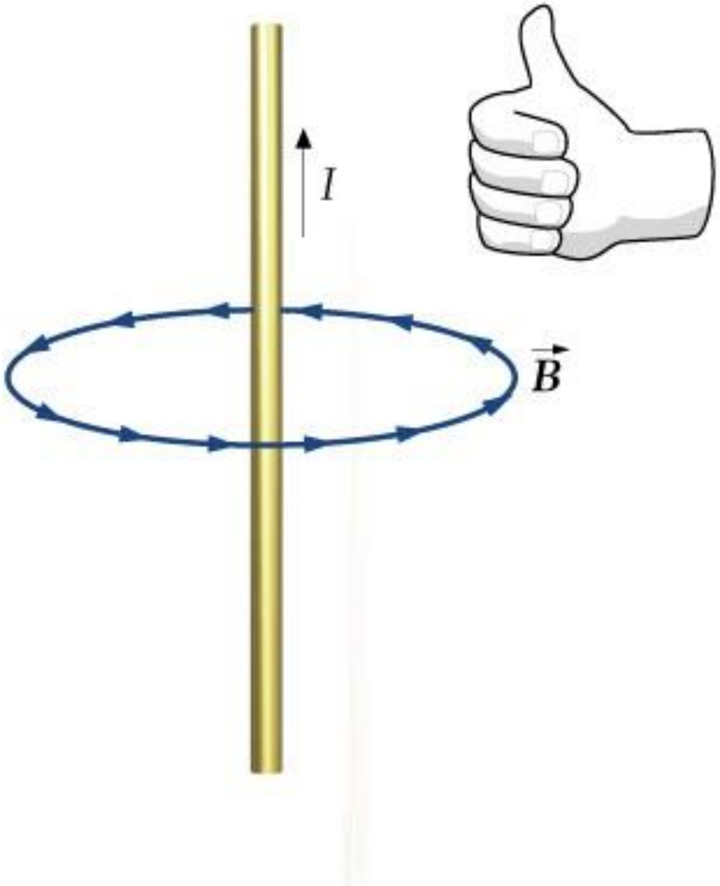




- Uzun düz akım taşıyan telleri çevreleyen manyetik alan çizgileri tel ile ortak merkezli dairelerdir ve düzlemlerde tele diktir.
- **B** nin büyüklüğü tel üzerinde merkezlenmiş her bir daire üzerine sabittir.

Düz bir akım taşıyan iletkenin manyetik alanı

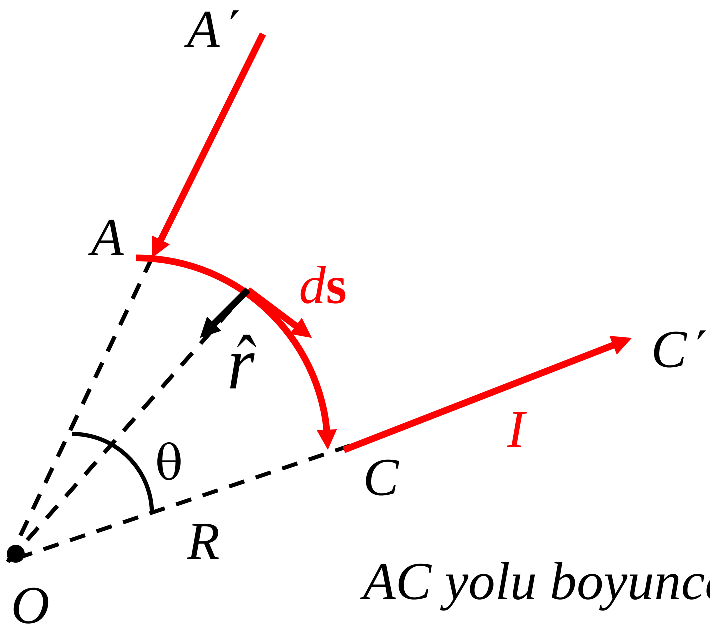
- Örnek: Uzun düz bir tel



Iron filings

Bir akım unsurunun manyetik alanı

- Örnek



Gösterilen tel parçasından dolayı O noktasındaki manyetik alanı hesaplayalım. Tel düzgün I akımı taşır ve iki düz parçadan ve θ açısı ile yayılan R yarıçaplı dairesel bir arktan oluşur.

$A'A$ ve CC' parçalarından dolayı manyetik alan sıfırdır çünkü $d\mathbf{s}$ bu yollar boyunca $\hat{r}$ ye paraleldir.

AC yolu boyunca, $d\mathbf{s}$ ve $\hat{r}$ diktir.

$$\left| d\vec{s} \times \hat{r} \right| = ds$$

$$\mathrm{d}\vec{\mathrm{B}} = \frac{\mu_0\, I}{4\pi} \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{s}} \times \hat{\mathrm{r}}}{r^2} \qquad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{R^2}$$

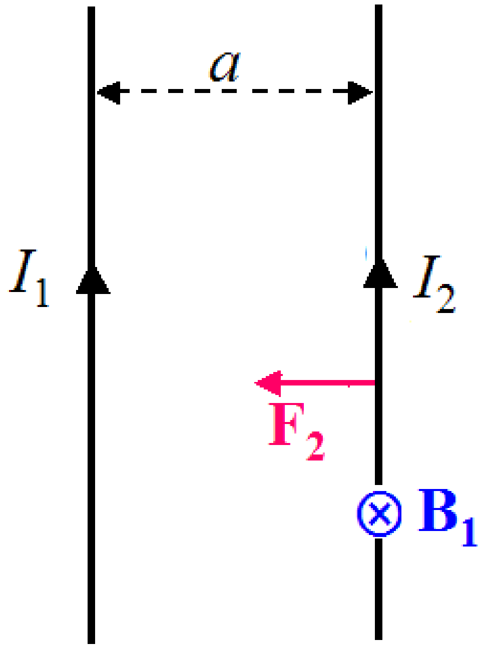
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int ds = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int R\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\, \theta$$

Not: B alanı ilmek merkezindeyken, θ=2π dir.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Paralel iletkenler arasındaki kuvvet

- İki paralel tel



I_1 Akımlı telden ***a*** uzaklıkta telden dolayı oluşan manyetik alan aşağıdaki gibi verilir:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{a}$$

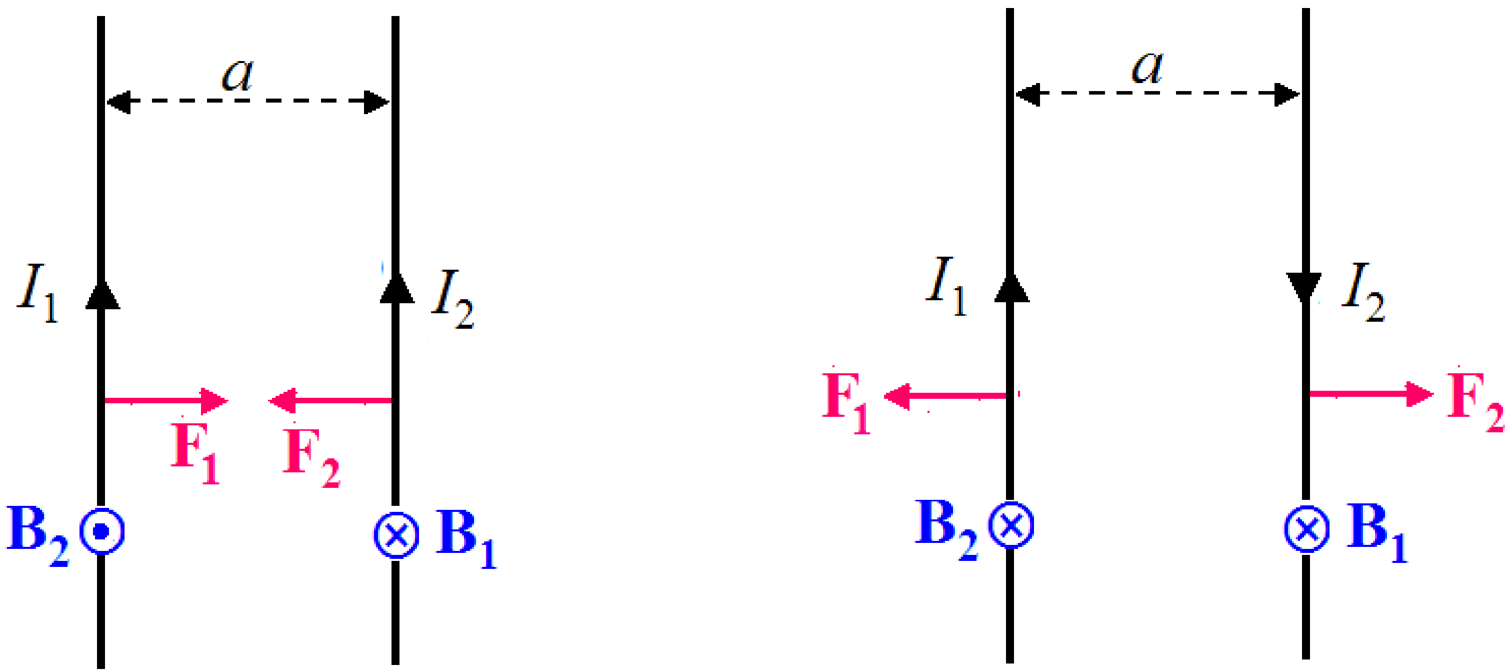
$$\vec{F}_2 = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_1$$

$$\Rightarrow$$

$$F_2 = I_2 L B_1 = I_2 L \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{a} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} L$$

Paralel iletkenler arasındaki kuvvet

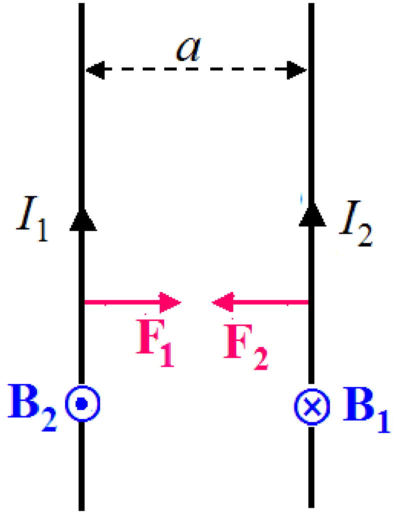
- İki paralel tel



Aynı yönde akım taşıyan paralel iletkenler birbirini çeker. Zıt yönde akım taşıyan paralel iletkenler birbirini iter.

Paralel iletkenler arasındaki kuvvet

- Ampere'nin tanımı



$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{a} \qquad \vec{F}_2 = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_1$$

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} L$$

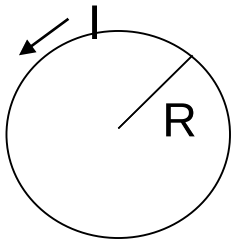
Seçilen tanım a = L = 1m içindir I_1=I_2=1 amper iken, amper $F_2 = 2\times10^{-7}$ N şeklinde elde edilen değer için ifade edilir.

Bu seçim iki şey yapar (1) Bu,amperin(ve aynı zamanda voltun) gündelik yaşam için çok uygun bir büyüklüğe sahip olmasını sağlar ve (2) $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ büyüklüğünü belirler. Not :$\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$ dır. Diğer birimlerin tümü hemen hemen otomatik olarak uyum sağlar.

Dairesel bir akım ilmeğinin manyetik alanı

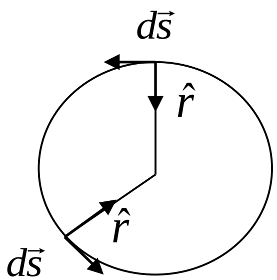
- Bir ilmek akımı tarafından üretilen manyetik alan

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$ yi bir tel ilmeğin merkezindeki B manyetik alanı bulmak için kullanalım.



Tel ilmek bir düzlemde bulunur.R yarıçapına sahiptir ve içinden toplam I akımı akar

İlk olarak $d\vec{s} \times \hat{r}$ bulalım



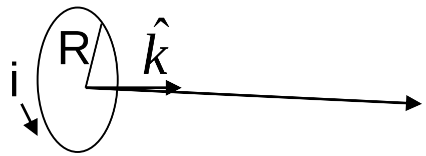
$d\vec{s} \times \hat{r}$ daire üzerinde her noktada aynı açıda olan sayfanın dışını doğru bir vektördür.Açı sabittir.

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Ids}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int ds = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

İlmeğin merkezindeki B alanının büyüklüğüdür.Yön sayfa dışına doğrudur.

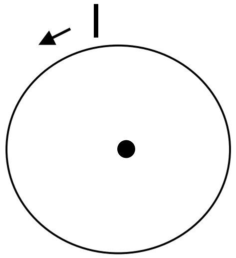
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{k}$$



Dairesel bir akım ilmeğinin manyetik alanı

❑Örnek 1:

Tel ilmeğin yarıçapı R = 5 cm ve akım I = 10 A dir. Merkezdeki B alanının büyüklüğü ve yönü nedir?



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B = 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}\,\frac{10A}{2(.05m)}$$

$$B = 1.2 \times 10^{-6} \cdot 10^{2}\,T$$

$$B = 1.2 \times 10^{-4}\,T = 1.2 \quad Gauss$$

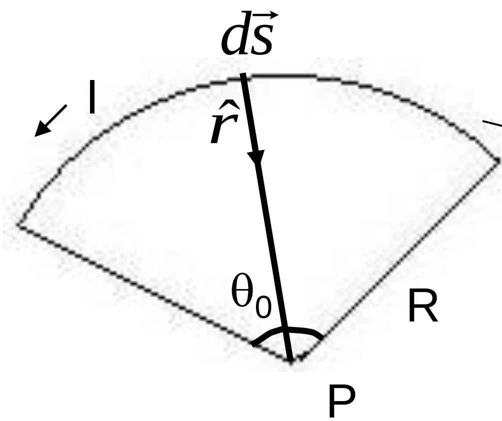
Yön sayfanın dışına doğrudur.

Dairesel bir akım ilmeğinin manyetik alanı

- Örnek 2:

Telin dairesel arkının yada bir parçasının merkezindeki B alanı nedir?

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\underbrace{\int ds}$$



Arkın toplam uzunluğu S dir.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}S$$

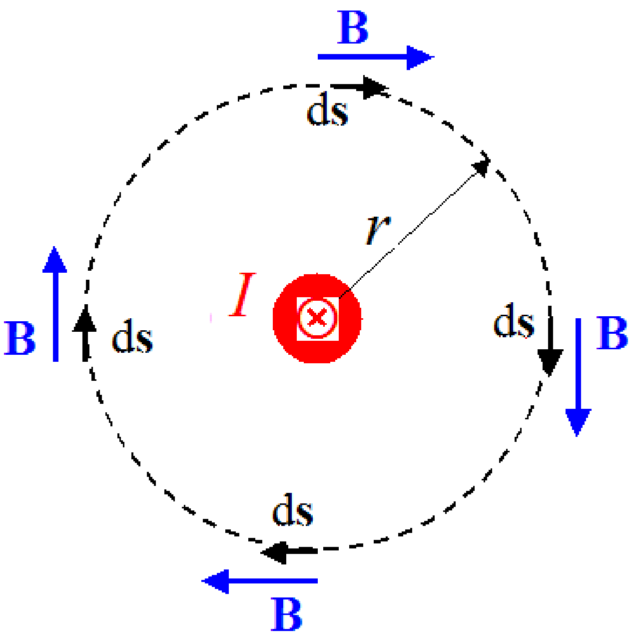
burada S ark uzunluğu S $=R\theta_0$

θ_0 radyandır. (<u>derece değildir.</u>)

Niçin telin düz parçasından dolayı P deki B alanına katkı sıfıra eşittir?

Ampere Kanunu

- Ampere kanunu : Dairesel bir yol



• I akımı taşıyan telin üzerinde merkezlenmiş her hangi bir R yarıçaplı dairesel yol düşünelim.

• Bu yol çevresindeki **B·ds** skaler çarpımını bulalım

• Yol boyunca her noktada **B** ve **ds** nin paralel olduğuna dikkat edelim

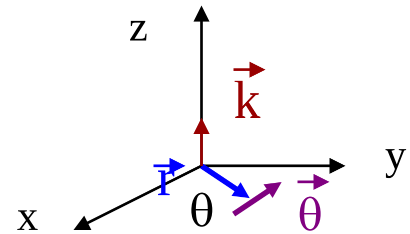
•Ayrıca **B** nin büyüklüğü bu yol üzerinde sabittir. Böylece daire çevresinde bütün **B·ds** terimlerin toplamı aşağıdaki gibidir:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\oint ds = B(2\pi r)$$

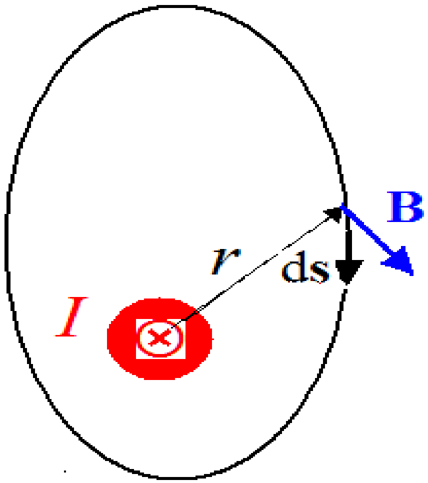
Önceki Biot-Savart kanunundan $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ elde etmiştik.

B yi yerine yazarsak $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ olur . Bu Ampere kanunudur.

Ampere kanunu



- Ampere kanunu : Genel bir yol



3 boyutta herhangi bir kapalı yol boyunca integrale bakalım. En genel **ds** ifadesi:

$$\vec{ds} = dr\,\hat{r} + r\,d\theta\,\hat{\theta} + dz\,\vec{k}$$

Burada birim vektörler radyal için $\vec{r}$ teğetsel yönlerde $\vec{\theta}$ tel boyunca z için $\vec{k}$ dır.Bu sistemde biz sadece

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta} \quad \text{ifadesine sahibizdir.}$$

$$\vec{B}\cdot\vec{ds} = \frac{\mu_0 I\, r\, d\theta}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta. \qquad \oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\oint d\theta$$

Teli çevreleyen herhangi bir yol için $\oint d\theta = 2\pi$

Teli çevrelemeyen herhangi bir yol için $\oint d\theta = 0$

Ampere kanunu

- Ampere kanunu :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

•Sabit bir akım tarafından çevrelenen keyfi bir kapalı yol için bu kural geçerli olur.
•I akımı kapalı yol tarafından sınırlanmış bir yüzey boyunca geçen toplam akımdır.

Ampere kanunu

- Elektrik alan Manyetik alan kıyaslaması

- Elektrik alan
- Genel: Coulomb kanunu
- Yüksek simetri: Gauss kanunu

- Manyetik alan
- Genel: Biot-Savart kanunu
- Yüksek simetri: Ampère kanunu

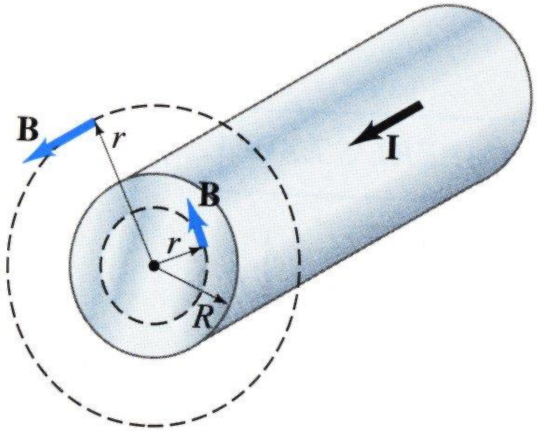
Ampere kanununun uygulamaları

❑ Uzun bir silindiriksel iletkenin manyetik alanı

R yarıçaplı uzun düz bir tel, telin enine kesiti boyunca düzgün bir dağılımı olan sabit bir ***I*** akımı taşır. ***R*** nin dışında

$$\oint \vec{B}\cdot\overrightarrow{ds} = B\oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I_{tot}$$

r < R olduğu bölgede İntegrasyon yolu olarak tel üzerinde merkezleşmiş ***r*** yarıçaplı bir daire seçilir. Bu yol boyunca, **B** yine sabit büyüklükte ve yola daima paraleldir.

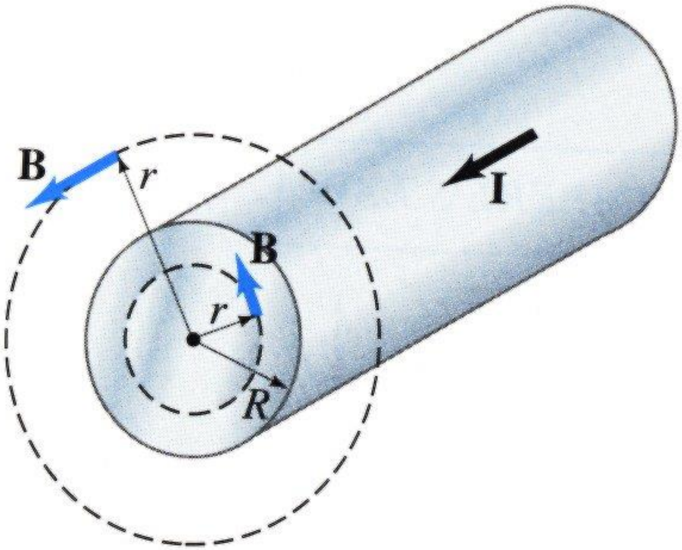


- Şimdi $I_{tot} \neq I$.
- Bununla beraber, akım telin enine kesiti boyunca düzgündür.
- ***r < R*** yarıçaplı tarafından çevrelenen ***I*** akımlı bölge ***r*** yarıçaplı dairenin alanı ile telin enine kesit alanı πR^2 nin oranına eşittir.

$$I_{tot} = j_\perp \pi r^2 = \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 = \frac{r^2}{R^2} I \qquad B = \frac{\mu_0 I_{tot}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I\, r}{2\pi R^2} \quad \text{for} \quad r < R$$

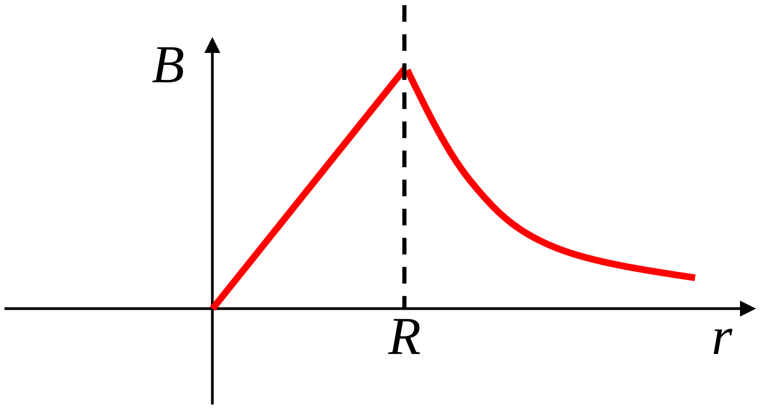
Ampere kanununun uygulamaları

- Uzun silindiriksel bir iletken tarafından manyetik alan



$$B = \frac{\mu_0 I\, r}{2\pi R^2} \quad \text{for} \quad r < R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{for} \quad r \geq R$$

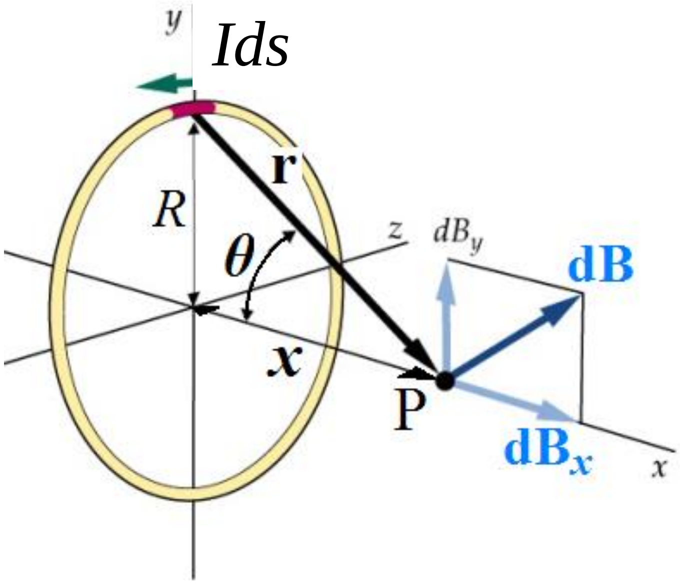


Ampere kanununun uygulamaları

- Dairesel bir akımın manyetik alanı

Dairesel akım taşıyan ilmek düşünelim. İlmeğin ekseni üzerindeki ilmek merkezinden bir ***x*** uzaklığında P noktasındaki **B** alanını hesaplayalım.

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



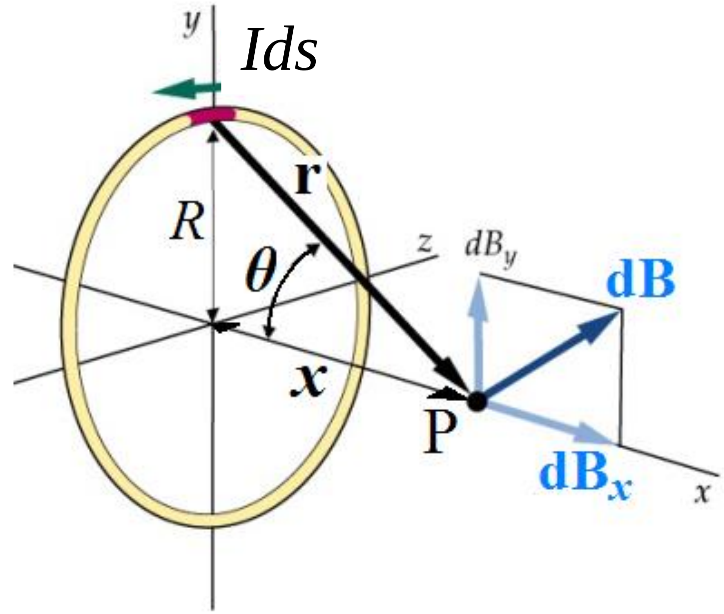
Yine bu durumda *I* **ds** vektörü ilmeğe teğettir ve akım unsurundan P noktasına doğru olan **r** vektörüne diktir. **dB** gösterilen yöndedir, **r** ve *I* **ds** vektörlerine diktir. *dB nin* büyüklüğü aşağıdaki gibidir:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ ds}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ ds}{(x^2 + R^2)}$$

Ampere kanununun uygulamaları

❑ Dairesel bir akımın manyetik alanı

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ ds}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ ds}{(x^2+R^2)}$$



• İlmek çevresinde integral alalım, eksene dik tüm *dB* bileşenlerinin integrali sıfırdır (e.g. dB_y).

•Sadece eksene paralel dB_x bileşenleri katkıda bulunur.

$$dB_x = dB\sin\theta = dB\left(\frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\ ds}{x^2+R^2}\left(\frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

İlmeğin tamamından dolayı alan integral alınarak elde edilir:

$$B_x = \oint dB_x$$

Ampere kanununun uygulamaları

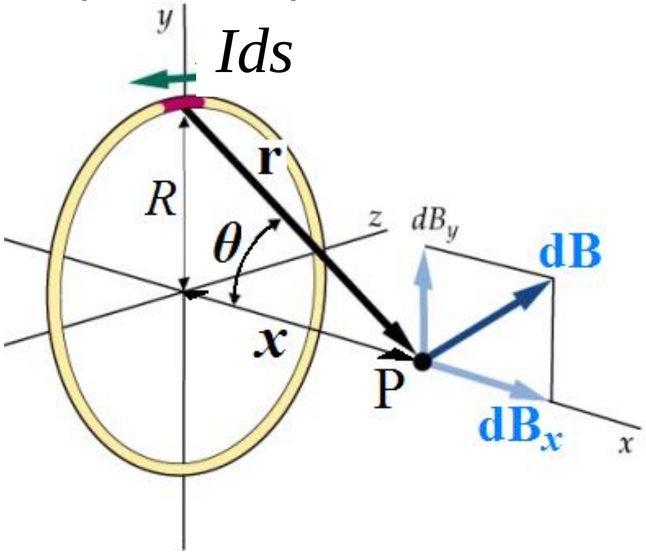
- Dairesel bir akımın manyetik alanı

Sadece I, R ve x sabit

$$B_x = \oint dB_x$$

$$B_x = \oint dB_x = \oint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR\,ds}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{(x^2+R^2)^{3/2}}\oint ds$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR\,(2\pi R)}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 I}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$



B bir akım ilmeğinin ekseni üzerinde

Ampere kanununun uygulamaları

- Dairesel bir akımın manyetik alan

$$B_x = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 I}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

Sınırlar : $\boldsymbol{x \to 0}$ $\boldsymbol{x >> R}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \qquad B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left|x^3\right|} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mu}{\left|x^3\right|}$$

$$\mu = I\pi R^2 = IA$$ – İlmeğin manyetik momenti

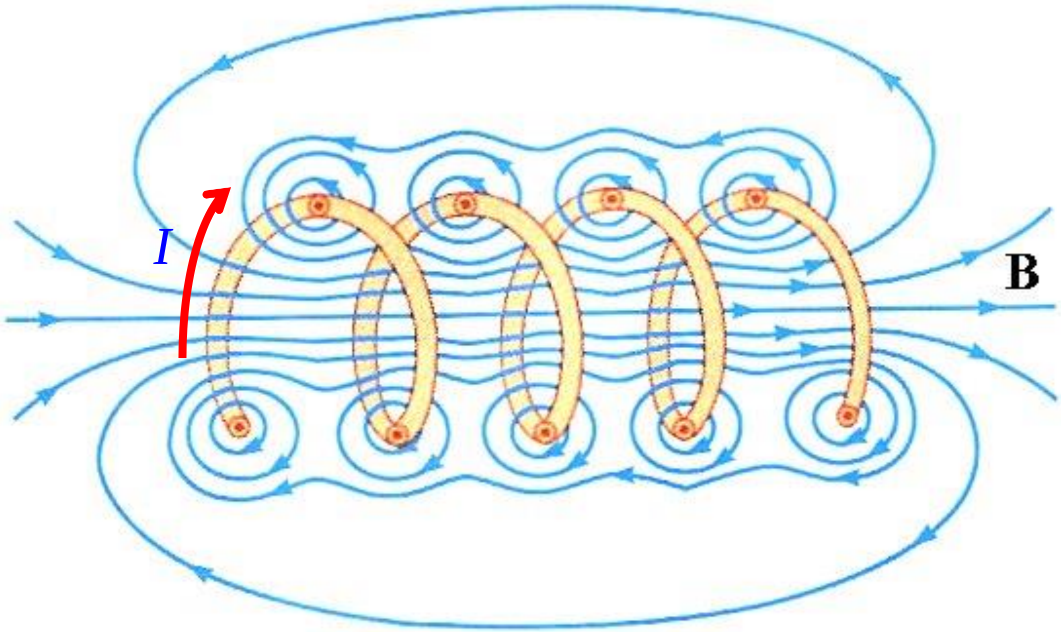
Dipolden uzak elektrik dipol ekseni üzerindeki bir noktada elektrik alan durumuyla kıyaslayalım.

$$E_x = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0\left|x^3\right|} \quad \text{vs.} \quad B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left|x^3\right|} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mu}{\left|x^3\right|}$$

Ampere kanununun uygulamaları

❑ Bir solenoitin manyetik alanı

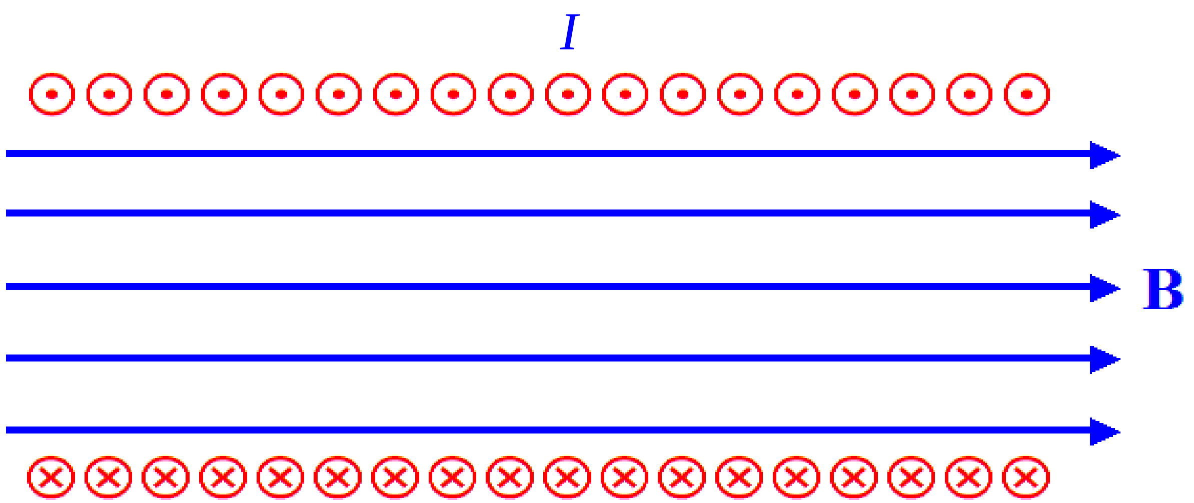
Solenoitin bobinleri yakın aralıklarla yerleştirildiğinde, her bir dönüşe dairesel ilmek olarak bakılabilir, ve net manyetik alan her bir ilmek için manyetik alanların vektör toplamıdır. Bu ,solenoit içinde yaklaşık olarak sabit olan bir manyetik alan üretir, ve solenoitin dışında sıfıra yakındır.



Ampere kanununun uygulamaları

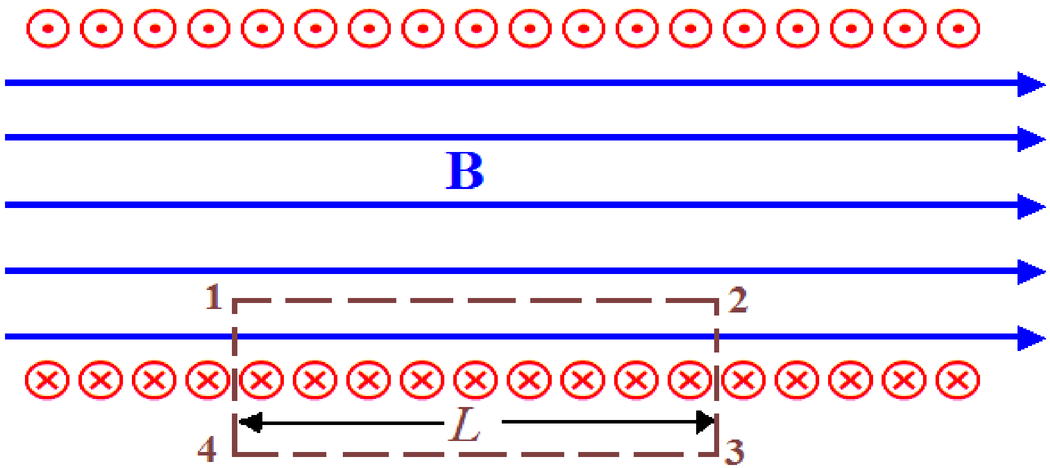
❑Solenoitin manyetik alanı

Bobinler birbirine çok yaklaştığında ideal solenoite yaklaşır bunun yanında solenoitin uzunluğu **yarıçapından daha büyüktür**. Bundan sonra solenoitin dışında sıfır solenoitin içinde sabit olan manyetik alana yaklaşabiliriz.



Ampere kanununun uygulamaları

- Bir solenoitin manyetik alanı



İdeal bir solenoit içindeki B manyetik alanını bulmak için Ampere kanunu kullanılır.

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = \int_{12} \vec{B}\cdot\vec{ds} + \int_{23} \vec{B}\cdot\vec{ds} + \int_{34} \vec{B}\cdot\vec{ds} + \int_{41} \vec{B}\cdot\vec{ds}$$

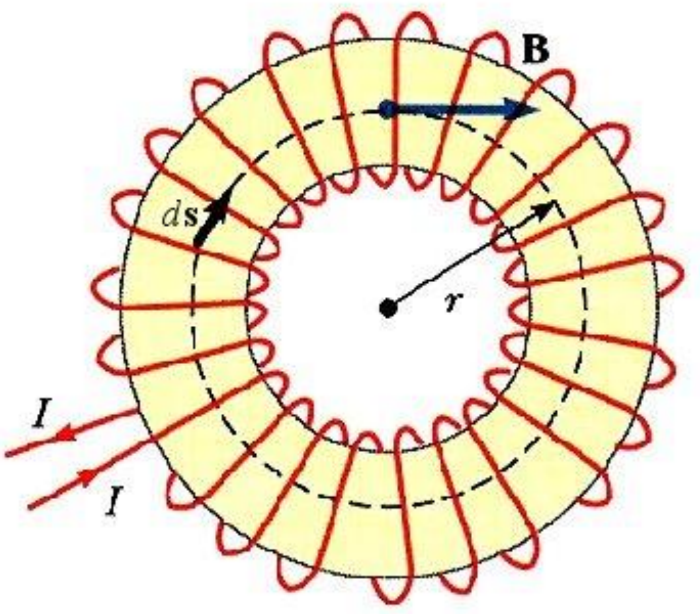
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = BL + 0 + 0 + 0 \quad = BL \quad = \mu_0 NI$$

$B = \mu_0 I \dfrac{N}{L} = \mu_0 I$ Birim uzunluk başına dönüş sayısını belirler.

Ampere kanununun uygulamaları

❑Bir toroidin manyetik alanı

Bir toroid gösterildiği gibi bir daire içerisine bükülmüş bir solenoit olarak düşünülebilir.Toroideki dairesel yol boyunca Ampere kanununu uygulayabiliriz .



$$\oint \vec{B}\cdot d\,\vec{s} = \mu_0 I_{encl}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\,\vec{s} = B\oint ds = B(2\pi r)$$

$$I_{encl} = NI$$

N toroidin ilmek sayısıdır, ve *I* her bir ilmekteki akımdır.

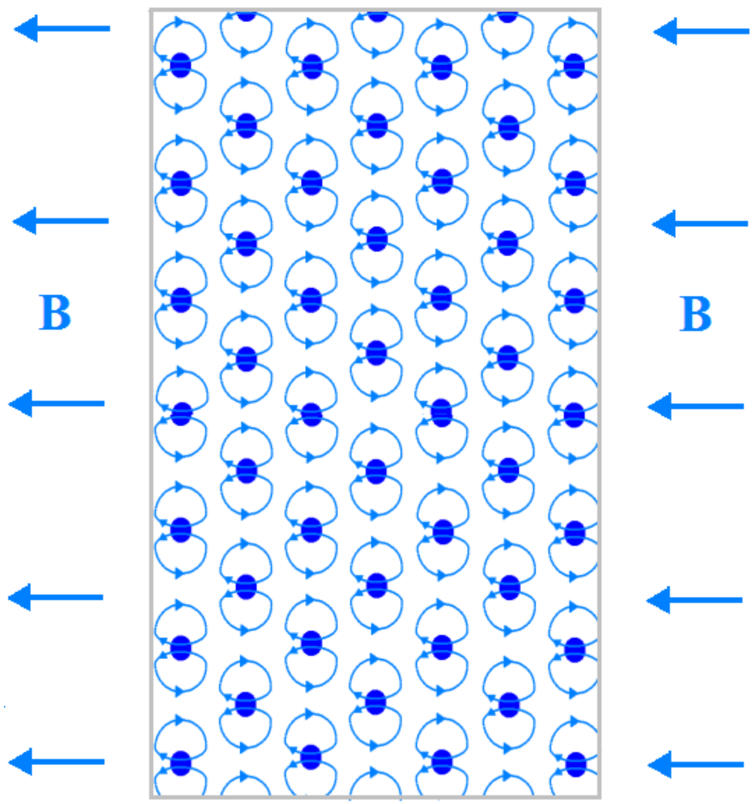
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$

Manyetik maddeler

❑ Soft -Ferromanyetikler

Şimdi mıknatıslanmış metalin resmini çizeriz. Burada elektron dipollerin hepsi B dış alanı ile sıralanışa sahip olur.

Her ne kadar özgün dipoller kendi etraflarındaki alanda dönüyor olsalar bile ,bunların, uygulanan B ile zıt yönde yöneldiğini ve sonuç olarak içteki ortalama alan büyüklüğünün dıştakinden daha küçük olduğunu görürsünüz.(Elektriksel durumda E için bulunduğu gibi)



Manyetik maddeler

❑Soft -ferromanyetikler

•**Saf demir** ve aynı zamanda **silikon demir** gibi bazı demir alaşımları ve özellikle **permalloy** (mıknatıslanma oranı yüksek nikel demir alaşımı) ve **mumetal** gibi bazı nikel demir alaşımları çok kolay mıknatıslanır. Burada oldukça küçük uygulanan bir manyetik alanın madde içindeki bulunan tüm elektron spin manyetik dipol momentleri yönlendirdiği anlamını çıkarırız.

•Uygulanan alan hafifçe ters döndürülürse mıknatıslanma neredeyse gözden kaybolduğu için bu durumlar içindeki üretilen **mıknatıslanmayı** (birim hacimdeki manyetik moment) 'soft' olarak ifade ederiz.