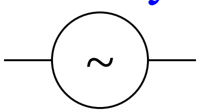
Alternatif akım

Fazörler ve Alternatif akım

❑ Alternatif akım (AC akımı)

• Zamanla sinüzoidal olarak değişen akım (DC) doğru akımın tersi olarak (AC) alternatif akım olarak isimlendirilir. AC akım kaynağına bir örnek bir manyetik alanda sabit açısal hızla dönen bir tel sarım(bobin) dır.



sembolü AC kaynağını belirtmek için kullanılır. Genellikle bir kaynak Ya alternatif akım kaynağı yada voltaj anlamına gelir.

Alternatif voltaj için $\upsilon = V\cos\omega t$, V = Voltaj genliği

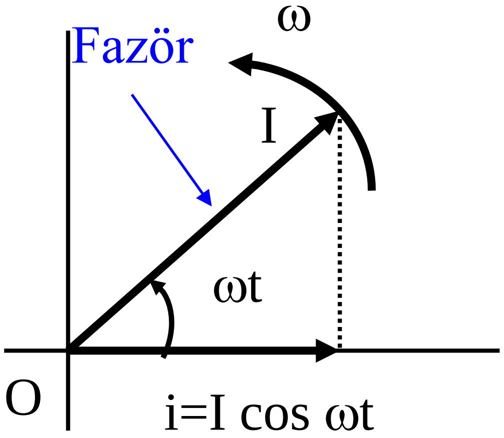
Alternatif akım için $i = I\cos\omega t$, I = Akım genliği

• ABD ve Kanada da, ticari elektrik-güç dağıtım sistemi ω = 377 rad/s karşılık olan f = 60 Hz lik bir frekans kullanır. Dünyanın geri kalanını çoğu f = 50 Hz kullanır. Bununla birlikte Japonya da , ülke f = 50 Hz ve 60 Hz ile iki bölgeye ayrılır

Fazörler ve Alternatif akımlar

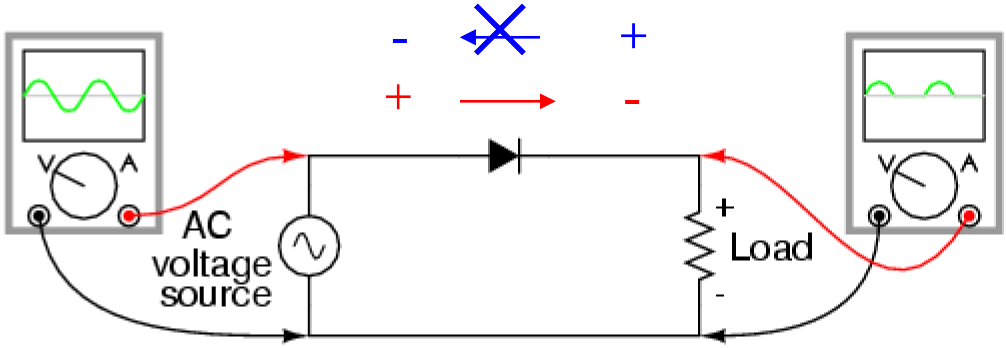
- Fazör

  • Zamanla değişen sinüzoidal bir niceliği ifade etmek için uygun bir yol şekilde gösterildiği gibi fazör diyagramında bir fazördür.



- Doğrultucu ve Doğrultulmuş akım

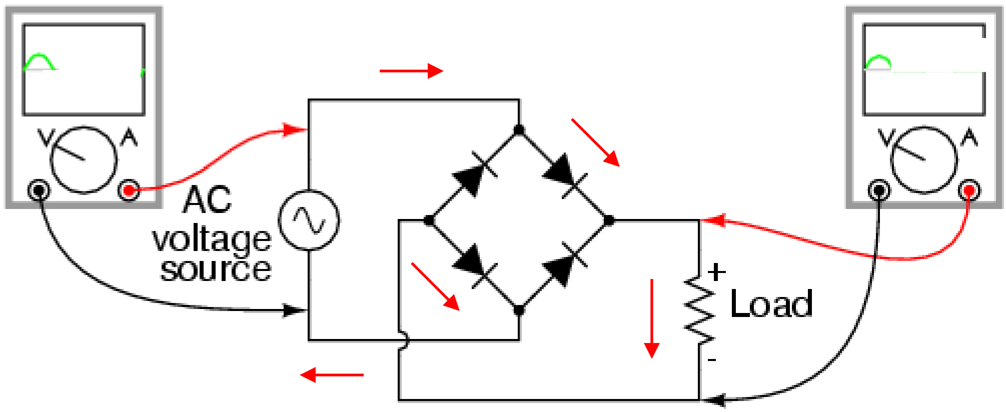
Yarım -dalga doğrultucu devre



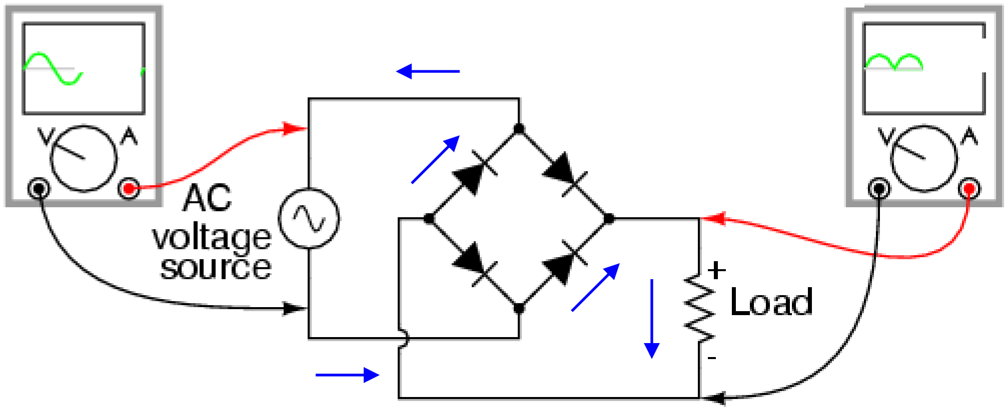
Fazörler ve alternatif akımlar

- Doğrultucu ve Doğrultulmuş akım

Tam dalga -doğrultucu devre
(Köprü Dizayn)



Tam dalga -doğrultucu devre
(Köprü Dizayn)



Fazörler ve Alternatif akımlar

❑ Etkin değer (rms) akımı ve voltajı

- Bir sinüzoidal akımın etkin değeri(rms)

Ortalama zaman

$$i = I\cos\omega t \rightarrow i^2 = I^2\cos^2\omega t = I^2\frac{1}{2}(1+\cos 2\omega t) \rightarrow \overline{i^2} = \frac{I^2}{2}$$

$\Rightarrow$

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

- Bir sinüzoidal voltajın etkin değeri (rms)

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

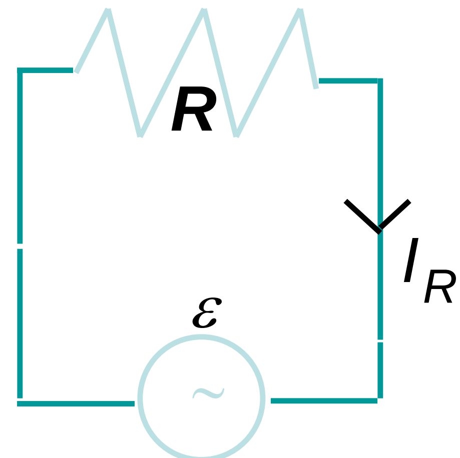
For 120-volt AC, V_{rms}=170 V.

Relüktans

❑ Direnç , indüktans, kapasitans ve reaktans

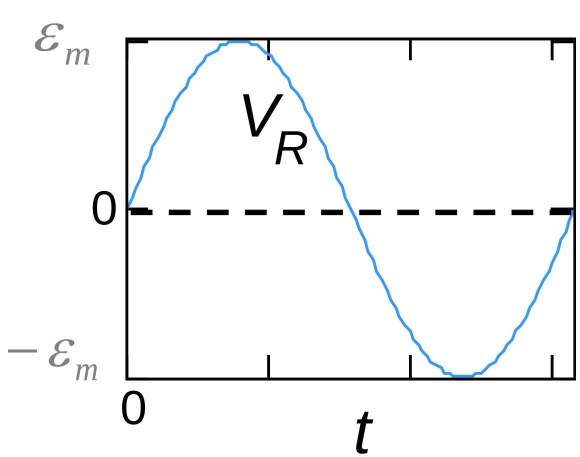
- AC devresinde direnç

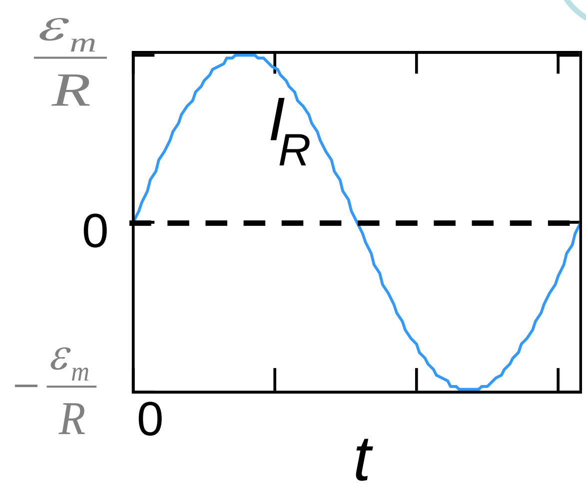
Verilen : $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$

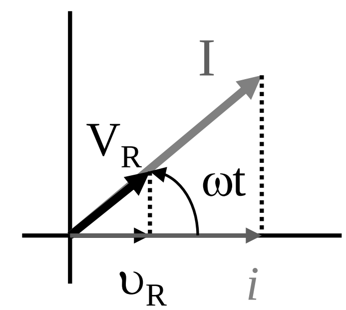


$$V_R = R I_R = \varepsilon_m \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad I_R = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin \omega t$$

R üzerindeki voltaj R den geçen akım fazındadır.







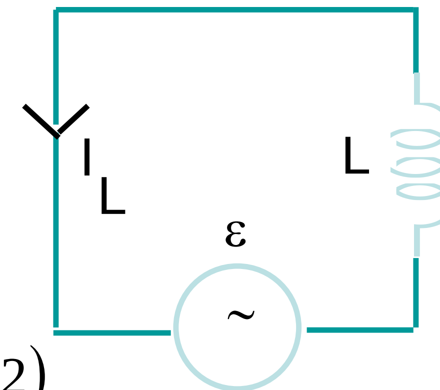
t zamanında

Relüktans

- Direnç , indüktans, kapasitans ve reaktans

  - Bir AC devresinde indüktör

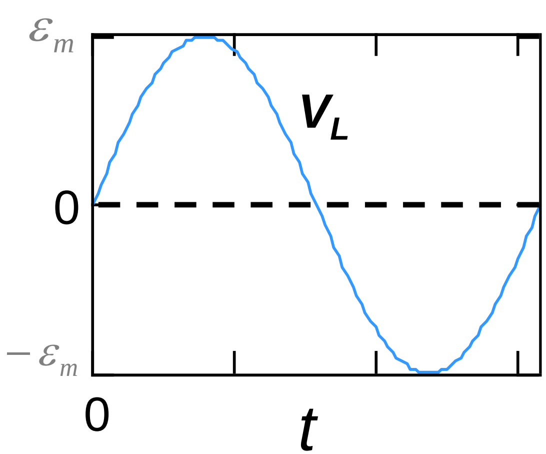
    Verilen: $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$

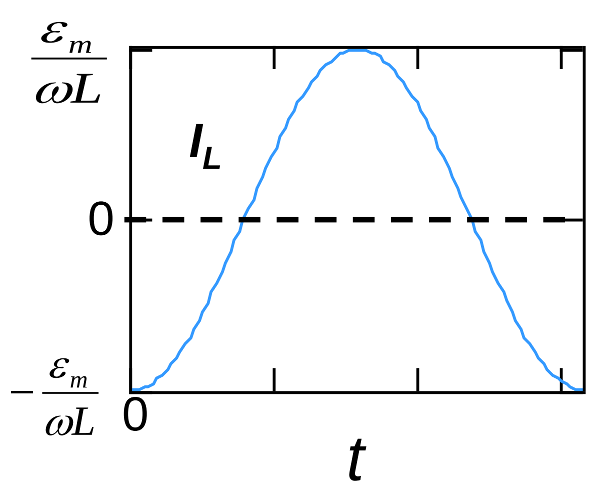


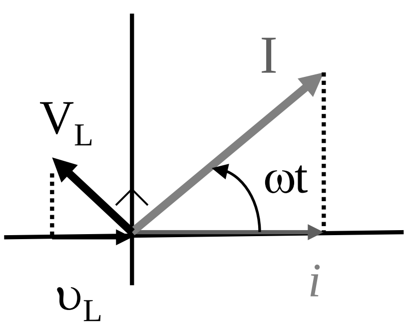
$$V_L = L\frac{dI_L}{dt} = \varepsilon_m \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad dI_L = \frac{\varepsilon_m}{L}\sin \omega t\, dt$$

$$\Rightarrow \quad I_L = \int dI_L = -\frac{\varepsilon_m}{\omega L}\cos \omega t \quad = \frac{\varepsilon_m}{\omega L}\sin\left(\omega t - \pi/2\right)$$

L üzerindeki voltaj, L den geçen akımdan , bir çeyrek dönüş (90°) önde gider







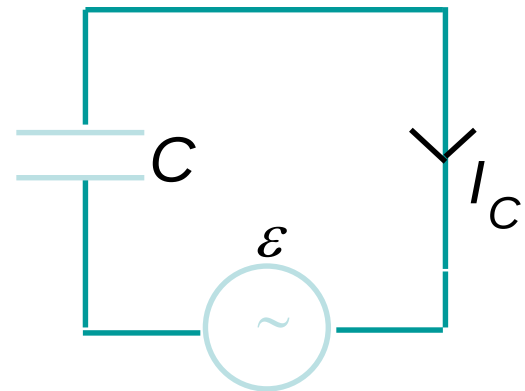
t zamanında

Relüktans

❑ Direnç , indüktans, kapasitans ve reaktans

- AC devresinde kondansatör

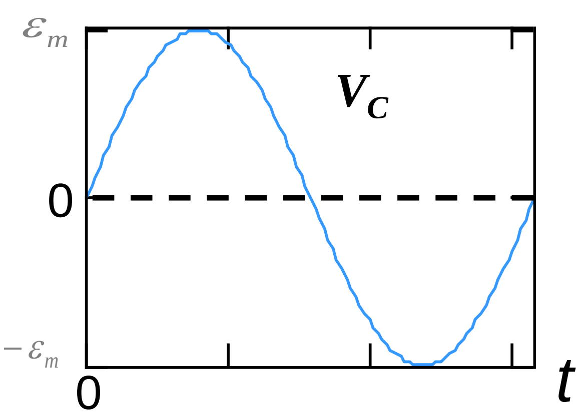
Verilen: $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$

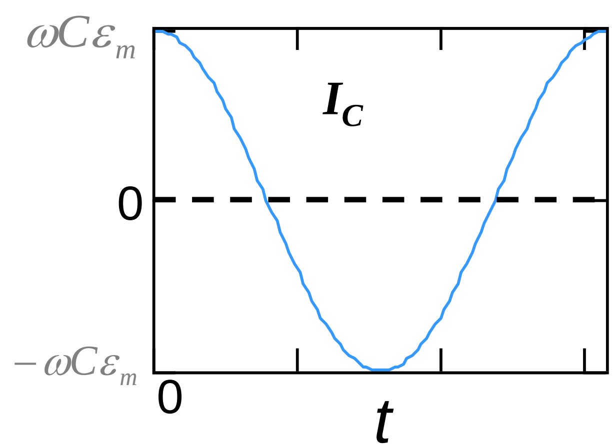


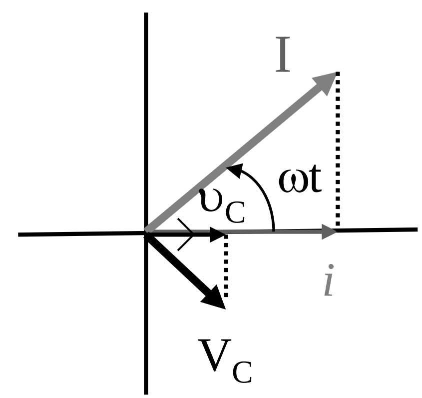
$$V_C = \frac{Q}{C} = \varepsilon_m \sin \omega t \;\Rightarrow\; Q = C\varepsilon_m \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \quad I_C = \frac{dQ}{dt} = \omega C \varepsilon_m \cos \omega t$$

C üzerindeki voltaj, C den geçen akımdan, bir çeyrek dönüş (90°) geri kalır.







t zamanında

Relüktans

- LRC seri devresi ve relüktans

LRC devre özeti

Verilen: $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$

Akım için çözümler tasarlanır: $I(t) = I_m \sin(\omega t - \phi)$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_R = RI_m \sin(\omega t - \phi) \\ V_C = -\dfrac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t - \phi) \\ V_L = \omega L I_m \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

genlik

$$V_R \propto \boxed{I_m R} \qquad V_C \propto \boxed{I_m \underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{X_C}} \qquad V_L \propto \boxed{I_m \underbrace{\omega L}_{X_L}}$$

reaktans

Relüktans

- LRC seri devresi ve relüktans

Reaktans nedir? $f=\omega/2\pi$

Frekansa bağlı direnç olarak düşünebilirsiniz.

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Yüksek ω için , χ_C~0

- Kondansatör bir tel olarak bakılır (“kısa”)

Düşük ω için , $\chi_C \rightarrow \infty$

- Kondansatör bir kırılma noktası olarak bakılır.

$$X_L = \omega L$$

Düşük ω için, χ_L~0

- İndüktöre bir tel olarak bakılır (“kısa”)

Yüksek ω için, $\chi_L \rightarrow \infty$

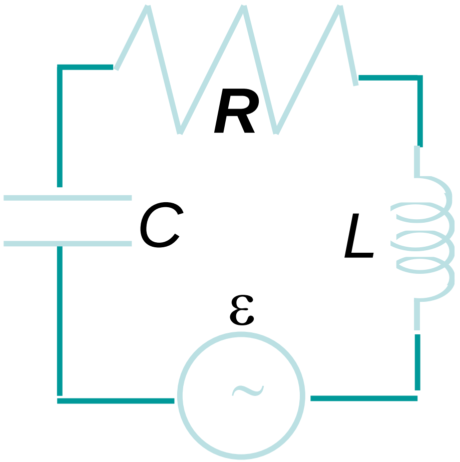
- İndüktöre bir kırılma noktası olarak bakılır.

(indüktörler akım değişimine direnç gösterir.)

$$("X_R" = R)$$

LRC devresi

❑ LRC seri devresi

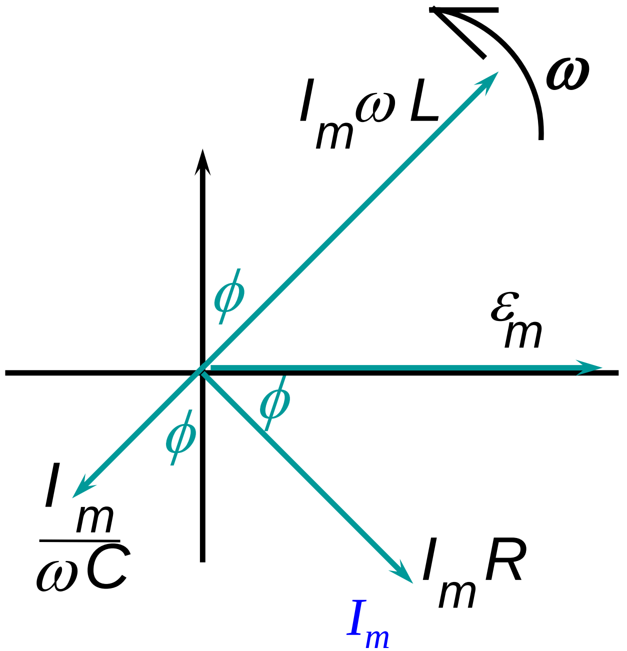


- Verilen : $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$
- Tasarlanan:

$$I = I_m \sin(\omega t - \phi) \Rightarrow \begin{cases} Q = -\dfrac{I_m}{\omega}\cos(\omega t - \phi) \\ \dfrac{dI}{dt} = I_m \omega \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

Genlik

$$\Rightarrow \begin{cases} V_R = RI = \boxed{RI_m} \sin(\omega t - \phi) \\ V_C = \dfrac{Q}{C} = -\boxed{\dfrac{1}{\omega C}} I_m \cos(\omega t - \phi) \\ V_L = L\dfrac{dI}{dt} = \boxed{\omega L I_m} \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

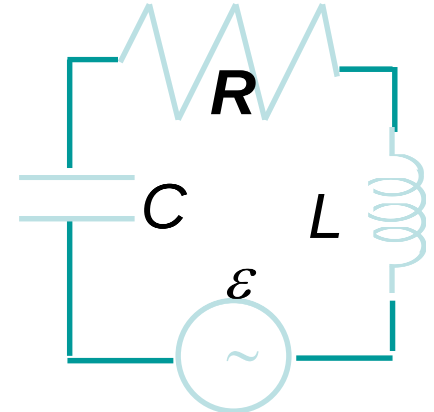


Bu resim t=0 da bir snapshota benzer.

Düşey eksen boyunca bu fazörlerin izdüşümü verilen zamanda voltajların gerçek değeridir.

LRC devreleri

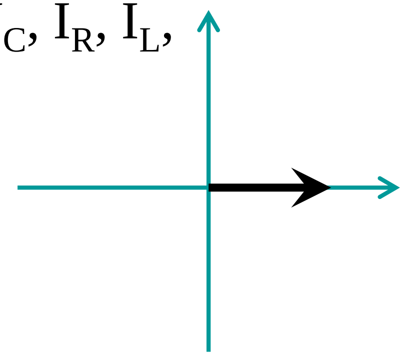
❑ LRC seri devresi



Problem: Verilen $V_{drive} = \varepsilon_m \sin(\omega t)$,
bulunacak V_R, V_L, V_C, I_R, I_L, I_C

Strateji :

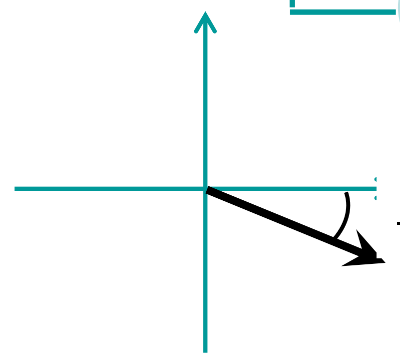
1. t=0 da V_{drive} fazörünü çizin



2. i_R fazörünü tahmin edin

$$i_R = i_m \sin(\omega t - \phi)$$

$$= i_m \sin(-\phi) \text{ at } t = 0$$



3. $V_R = i_R R$ için , ayrıca bu V_R fazörü için yöndür.

(L yada C değil → f = 0)

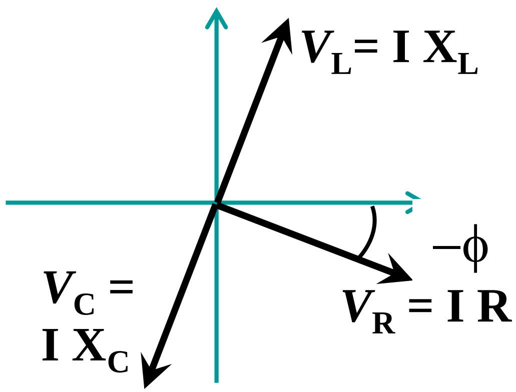
(ωt = φ iken O, doğuya ulaşa ϕ tır.
→ O, hafifçe doğudan saat yönüne sapar.)

4. Kirchhoff akım kuralından, $i_L = i_C = i_R$ olur. (i.e., her biri boyunca aynı akım akar).

LRC devresi

❑ LRC seri devresi

5. İndüktör akımı I_L daima V_L nin gerisindedir → Saat yönünün tersi yönde 90° ilerleyerek V_L çizilir.
6. Kondansatör voltajı V_C daima I_C nin gerisindedir →Saat yönünde 90° ilerleyerek V_C çizilir.

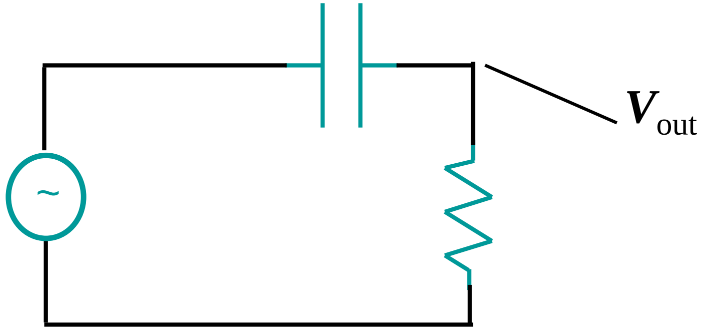


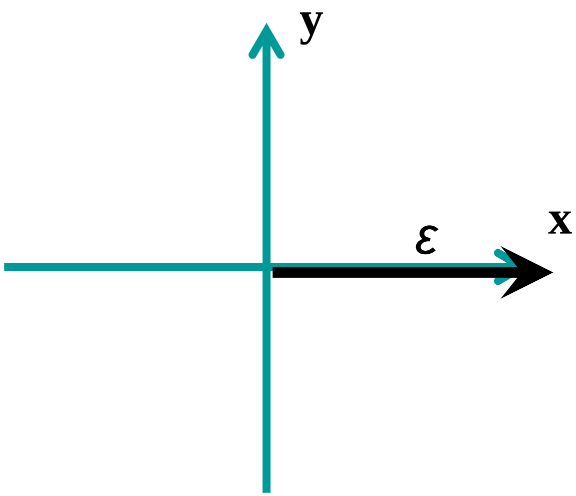
Fazör uzunlukları R, L, C, ve ω ya bağlıdır. V_R, V_L, ve V_C fazörlerinin rölatif oryantasyonu daima bizim onu çizdiğimiz yoldur.

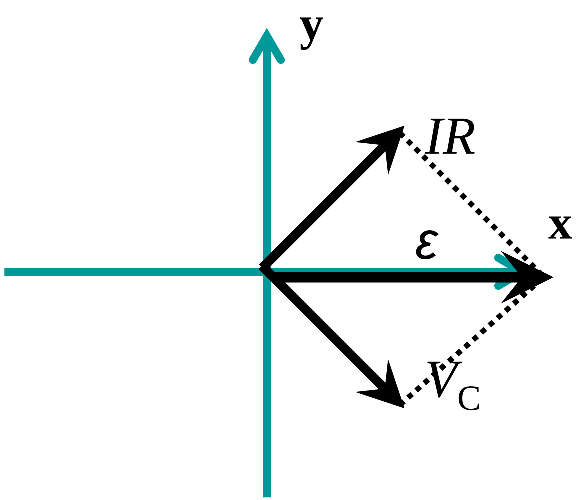
ϕ $V_R + V_L + V_C = \varepsilon$ ye ile karar verilir* (Kirchhoff voltaj kuralı)
Bunlar vektörler gibi toplanır.

LRC devresi

- LRC devresi için fazör diyagramı : Örnek







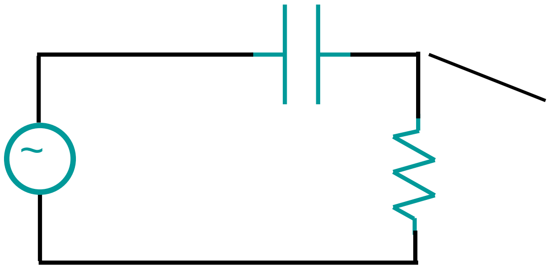
$$(IR)^2 + (IX_C)^2 = \varepsilon^2$$

$$I^2(R^2 + X_C^2) = \varepsilon^2$$

$$I = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$ Akım genliği

LRC devreleri

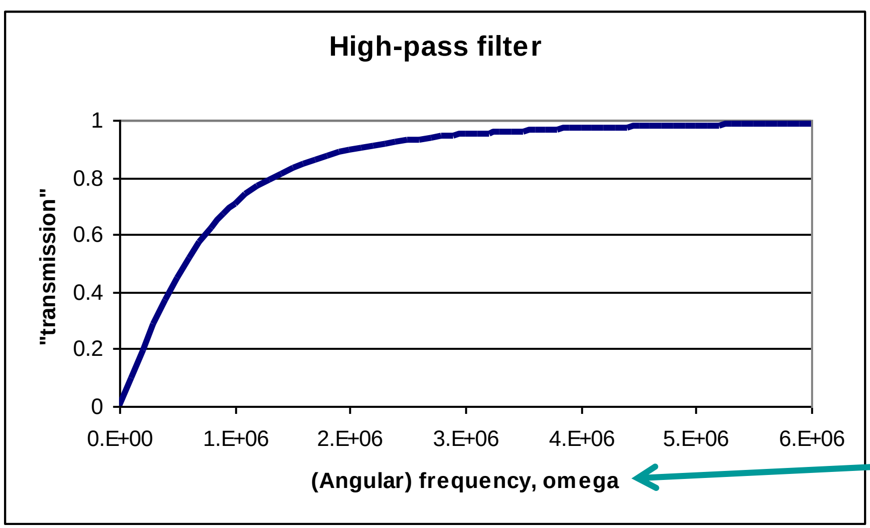
❑ Filtreler : Örnek



$$V_{out} = IR = \varepsilon \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^{\ 2}}}$$

$$\frac{V_{out}}{\varepsilon} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

Ex.: C = 1 μf, R = 1Ω



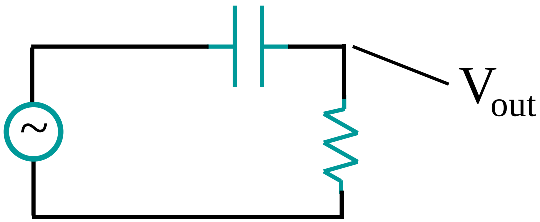
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Yüksek geçirgen filtre

Not: bu ω dır, $f = \frac{\omega}{2\pi}$

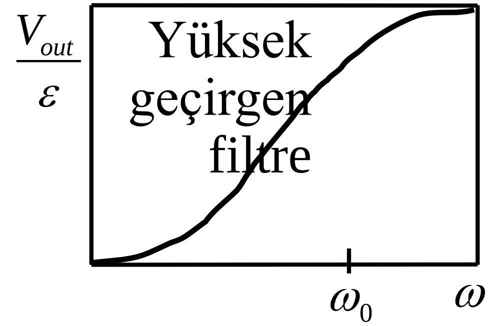
LRC devreleri

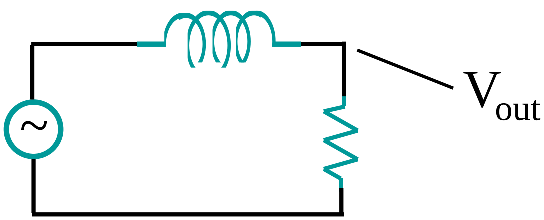
- Filtreler



$\omega=0$ Akım yok
$V_{out} \approx 0$

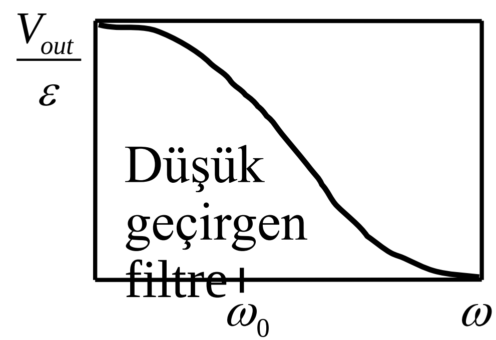
$\omega=\infty$ Kondansatör ~ tel
$V_{out} \approx \varepsilon$

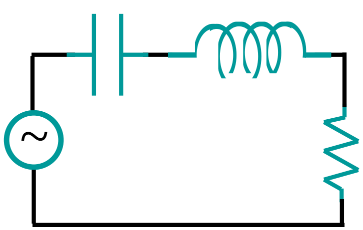




$\omega = \infty$ Akım yok
$V_{out} \approx 0$

$\omega = 0$ İndüktör ~ tel
$V_{out} \approx \varepsilon$

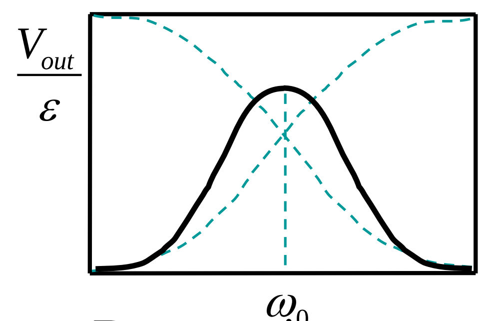




$\omega = 0$ Kondansatör dolayı akım yok

$\omega = \infty$ İndüktörden dolayı akım yok

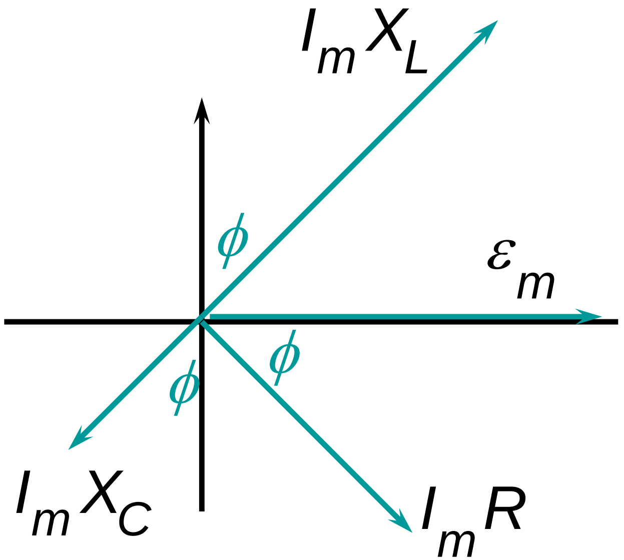
(Sadece kavramsal çizim)



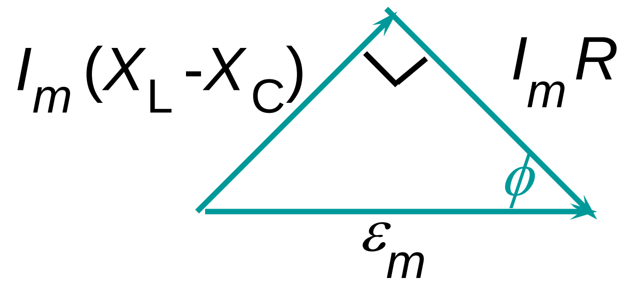
Bant geçirgen filtre

LRC devreleri

- LRC devreleri için fazör diyagramı : Örnek 2



$\Rightarrow$



İndüktör için relüktans

$$\boxed{X_L \equiv \omega L}$$

Kondansatör için relüktans

$$\boxed{X_C \equiv \frac{1}{\omega C}}$$

Empedans Z

$$\boxed{Z \equiv \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\boxed{\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}}$$

$$\varepsilon_m^2 = I_m^2 \left(R^2 + (X_L - X_C)^2 \right)$$

$$\Downarrow$$

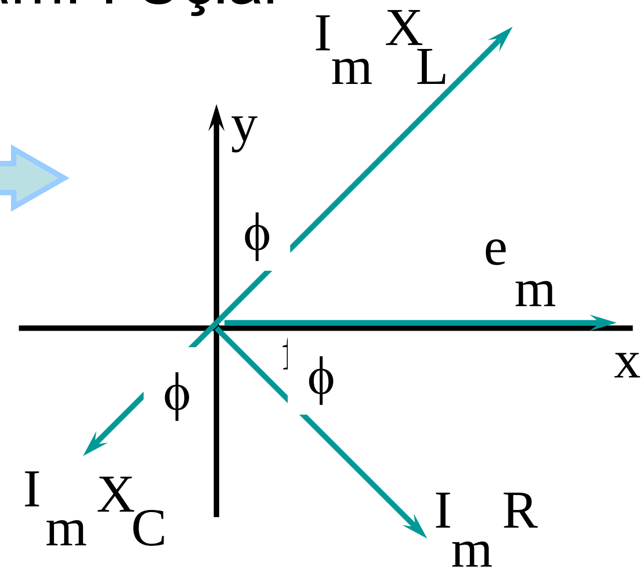
Genlik

$$\boxed{I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\varepsilon_m}{Z}}$$

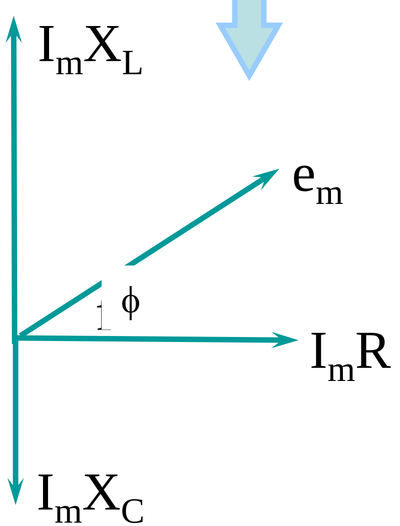
LRC devresi

❑ LRC devreleri için fazör diyagramı : Uçlar

•Bu fazor diyagramı y -ekseni boyunca izdüşüm olarak verilen voltajlarla t=0 zamanlı bir snapshot olarak çizildi.

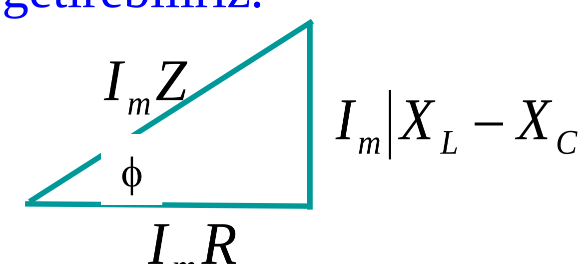


• Bazen, çalışılan problemlerde, akımın x-ekseni boyunca olduğu (I=0 iken) bir aralıkta diyagram çizimi daha kolaydır.



"Tüm fazör diyagramı"

Ayrıca bu diyagramdan, empedans Z yi hesaplamamıza izin veren bir üçgen meydana getirebiliriz.

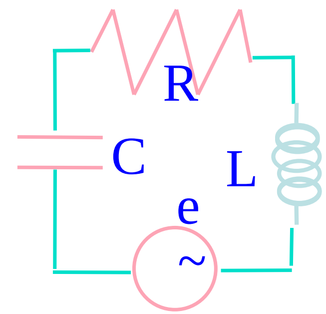


"Empedans üçgeni"

Alternatif akım devrelerinde rezonans

❑ Rezonans

Belirli R, C, L için, akım I_m , Z empedansını sadece direnç yapan w_0 rezonans frekansında bir maksimumu olacaktır.



i.e.:

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{Z} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}}$$

$X_L = X_C$ İken bir maksimuma ulaşır:

Aşağıdaki ifade sağlandığında bu şart elde edilir :

Rezonans frekansı

$$\omega_o L = \frac{1}{\omega_o C} \;\; \omega_o \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC}} \; ; \; f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

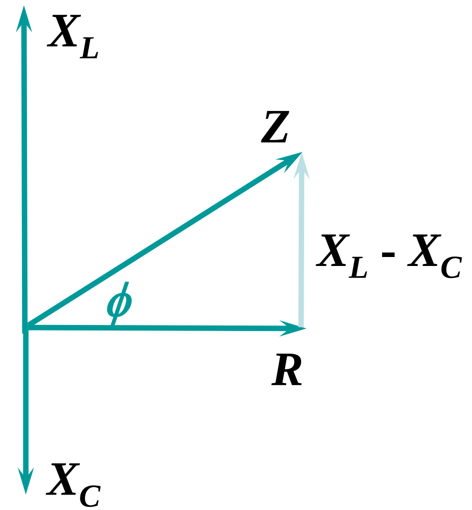
- Bu rezonans frekansı kendisi ile LC devresinin doğal frekansı eşit olduğuna dikkat edilir. Bu frekansta , akım ve harekete geçiren voltaj fazdadır!

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = 0$$

Alternatif akım devrelerinde rezonans

- Rezonans

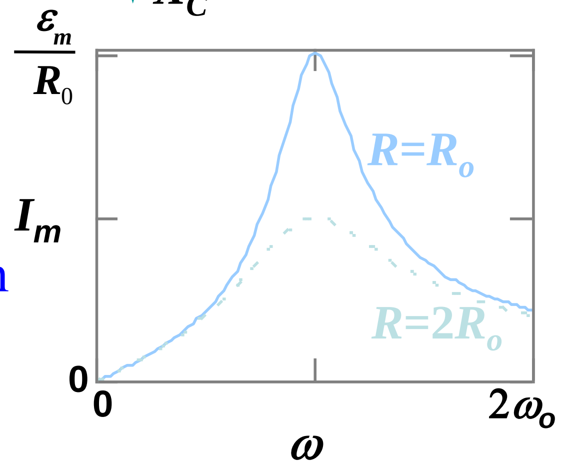
$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{Z} \qquad Z = \frac{R}{\cos\phi}$$



$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R} \cos\phi$$

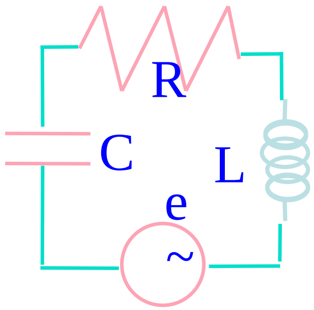
$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Voltaj kaynağının frekansı , ω karşı akım grafiği çizilir : →



Alternatif akım devrelerinin rezonansı

- Rezonans



Rezonansta: $\phi = 0$ ve $Z = R$

$$V_R = IR = \varepsilon \qquad I = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$V_L = IX_L = \frac{\varepsilon X_L}{R} = \varepsilon Q \qquad V_C = IX_C = \frac{\varepsilon X_C}{R} = \varepsilon Q$$

Rezonansta , tepki unsurları üzerindeki voltaj Q ile arttırılır !
Radyo sinyallerini algılamak, telefonla konuşmak , iletişim, vb için gereklidir.

Alternatif akım devrelerinde güç

❑ Güç

- t zamanında iletilen(dağıtılan) ani güç (bir w frekansı için) aşağıdaki gibi verilir:

$$P(t) = \varepsilon(t)I(t) = \left(\varepsilon_m \sin \omega t\right)\left(I_m \sin(\omega t - \phi)\right)$$

- Burada düşünülen en yararlı nicelik ani güç değildir bununla birlikte tercihen ortalama güç bir devirde verilendir.

$$\langle P(t)\rangle = \varepsilon_m I_m \langle \sin \omega t \sin(\omega t - \phi)\rangle$$

- Doğru bir şekilde ortalamayı hesaplamak için, ilk olarak sin(ωt-ϕ) terimini açarız .

Alternatif akım devrelerinde güç

❑ Güç

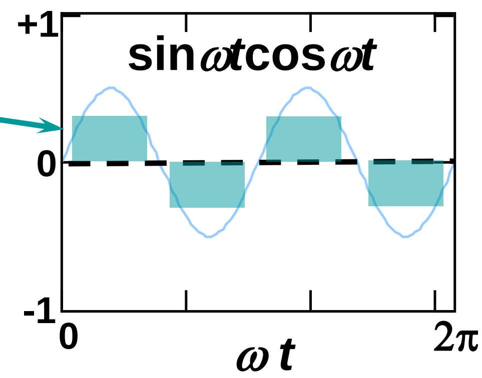
- Açılımdan,

$$\sin\omega t\sin(\omega t-\phi)=\sin\omega t(\sin\omega t\cos\phi-\cos\omega t\sin\phi)$$

- Ortalamalar alınır,

$$\langle\sin\omega t\cos\omega t\rangle=0$$

(Product of even and odd function = 0)



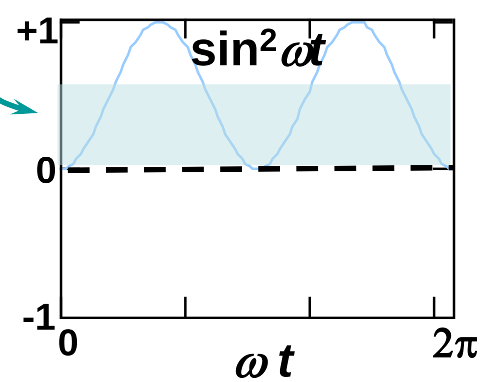
- Genellikle :

$$\langle\sin^2 x\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sin^2 x\,dx=\frac{1}{2}$$

- Burada önceki ifadeleri hep birlikte tekrar yazdığımızda,

$$\langle P(t)\rangle=\varepsilon_m I_m\left\{\cos\phi\overbrace{\langle\sin^2\omega t\rangle}^{1/2}-\sin\phi\overbrace{\langle\sin\omega t\cos\omega t\rangle}^{0}\right\}$$

$$\langle P(t)\rangle=\frac{1}{2}\varepsilon_m I_m\cos\phi$$



Alternatif akım devrelerinde güç

❑ Güç

Bu sonuç çoğu kez rms değerlerinin terimlerinde yeni baştan yazılır:

$$\varepsilon_{rms} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon_m \qquad I_{rms} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} I_m \qquad \langle P(t)\rangle = \varepsilon_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

Güç ifadesi faza, f'e , "güç faktörüne" bağlıdır.

Faz of L, C, R, ve ω değerlerine bağlıdır

Bu yüzden ...

$$\boxed{\langle P(t)\rangle = \varepsilon_{rms}\, I_{rms} \cos\phi}$$

Alternatif akım devrelerinde güç

❑ Güç

Gücün yanı sıra akım, $\omega = \omega_0$ a ulaşır. Rezonans şiddeti

Bileşenlerin değerlerine bağlıdır.

Hatırlayalım :

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}\cos\phi$$

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\varepsilon^2{}_{rms}}{R}\cos^2\phi = I^2_{\mathrm{rms}}R$$

Sonraki adımda bunu yazabiliriz (ki bunu kanıtlamayı denemeyeceğiz):

$$\langle P(t)\rangle = \frac{\varepsilon^2{}_{rms}}{R}\frac{x^2}{x^2 + Q^2(x^2-1)^2}$$

…tanımlanan ilginç faktörler Q ve x...

Alternatif akım devrelerinde rezonans

❑ Güç ve rezonans

Bir “Q” parametresi genellikle hem mekaniksel hem de elektriksel salınım sistemlerinde maksimuma ulaşan rezonans şiddetini tanımlayan ifadelerdir. “Q” aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$Q \equiv 2\pi \frac{U_{\max}}{\Delta U}$$

Burada U_{max} sistemde depolanan maksimum enerji ve ΔU bir devirde yayılan enerjidir.

RLC devresi için, U_{max}

$$U_{\max} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2$$

Sadece R den dolayı kayıplar meydana gelir:

$$\Delta U = \frac{1}{2} I_{\max}^2 R \underset{\text{periyot}}{\underset{\uparrow}{T}} = \frac{1}{2} I_{\max}^2 R \left(\frac{2\pi}{\omega_{res}} \right)$$

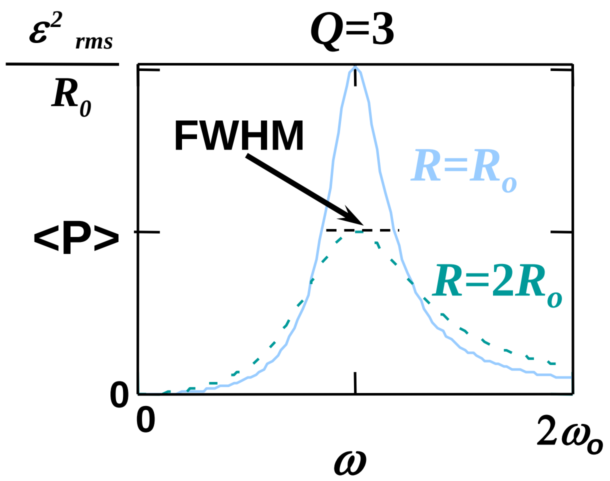
Bu $Q \equiv \dfrac{\omega_{res} L}{R}$ yi verir

ve tamamı için, $x \equiv \dfrac{\omega}{\omega_{res}}$ yazılır

Alternatif akım devrelerinde rezonans

❑ Güç ve Rezonans

Q > az miktar için, $$Q \approx \frac{\omega_{res}}{FWHM}$$



FWHM

Tam genişliğin yarı maksimumu

Q

Pik kalitesi

Daha yüksek Q = Daha keskin pik = Daha iyi kalite

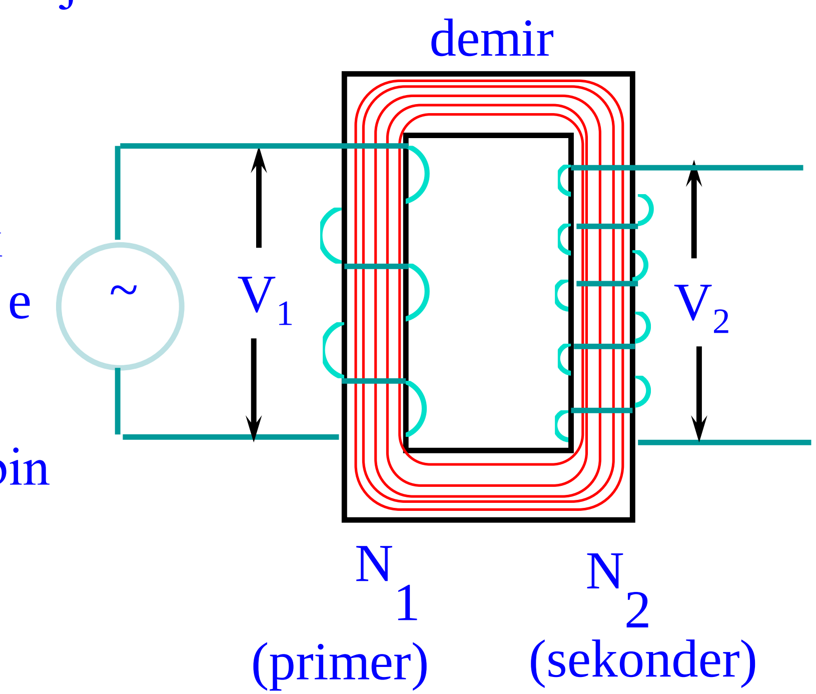
Transformatörler

❑ Transformatörler

- Transformatörler kullanılarak AC voltajı yükseltilebilir veya alçaltılabilir.

Primer devredeki AC akımı Demirde zamanla değişen manyetik alan üretir.

Bu, iki sarım grubunun karşılıklı indüktansından dolayı sekonder bobin üzerine emk indükler



- Demir karşılıklı indüktansı maksimum yapmak için kullanılır. t her primer dönüşü tarafından üretilen akının tamamının demirde tuzaklandığını farz ederiz. (Manyetizma laboratuarlarından ferromagnetin nasıl B alanında özümsendiğini hatırlayalım.)

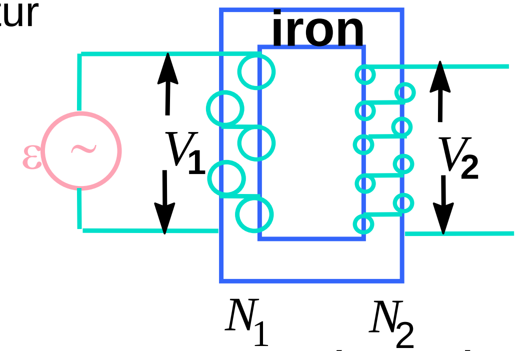
Transformatörler

❑Yük dirençsiz ideal transformatör

Dirençten kayıp yok

Akının tamamı demirde mevcuttur

Sekonder üzerinde bağlantı yoktur



Primer devre sadece bir indüktöre seri AC voltaj kaynağıdır. Her bir dönüşte üretilen akıdaki değişim aşağıdaki gibidir:

$$\frac{d\phi_{turn}}{dt} = \frac{V_1}{N_1}$$

- Sekonder bobinde dönüş başına akıdaki değişim primer bobinde dönüş başına akıdaki değişimle benzerdir (ideal durum). sekonder bobin üzerinde görülen İndüklenen voltaj aşağıdaki gibi verilir:

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_{turn}}{dt} = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

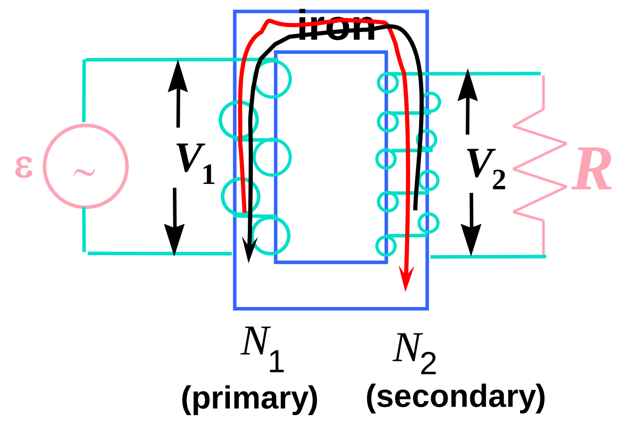
- Bu yüzden ,
  - $N_2 > N_1$ -> sekonder V_2 primer V_1 den daha büyüktür. (yükselme)
  - $N_1 > N_2$ -> sekonder V_2 primer V_1 den küçüktür (alçalma)

- Not: “yük olmaması” sekonderde akım olmadığı anlamına gelir. Manyetizasyon akımı olarak ifade edilen ,primer akımı küçüktür!

Transformatörler

❑ Yük dirençli ideal transformatör

Sekonder bobine bir yük direnci bağladığımızda ne olur?



Primer bobin tarafından üretilen değişken akı sekondere emk indükler ki bu I_2 akımını üretir.

$$I_2 = \frac{V_2}{R}$$

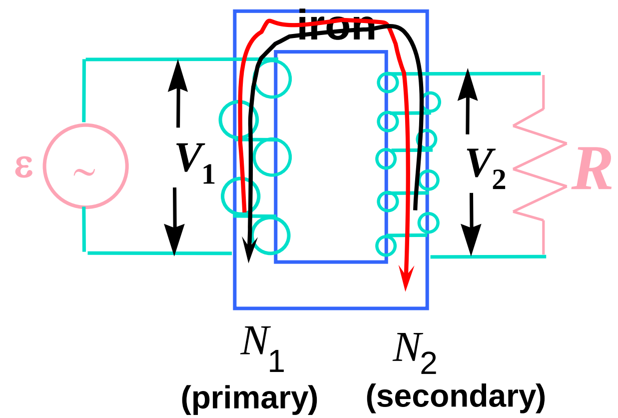
Bu akım sekonder bobinde bir $\mu N_2 I_2$ akısı üretir ,ve bu orijinal akıdaki değişime zıttır -- Lenz kanunu

Bu indüklenen değişken akı primer devrede de görülür; bunun anlamı primerdeki emk nın azalması, voltaj kaynağına ters düşmesidir. Bununla birlikte,

V_1 voltaj kaynağı olarak düşünülür. Bu yüzden , I_2 tarafından üretilen akıyı tamamen engelleyen , primerde, artan bir I_1 (voltaj kaynağı tarafından sağlanan)akımı olmalıdır ki bu bir $\mu N_1 I_1$ akısı üretir.

$$\Rightarrow \quad I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2$$

Transformatörler



- Yük dirençli ideal transformatör

Güç sadece yük direnci R de harcanır.

$$P_{\text{dissipated}} = I_2^2 R = \frac{V_2^2}{R} = V_2 I_2$$

Güç nereden gelmektedir.
O sadece primerdeki voltaj kaynağından gelebilir:

$$P_{\text{generated}} = V_1 I_1 \qquad \therefore \qquad V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{N_2}{N_1} V_1}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{R}\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_1}{R}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

Primer devre
Sekonderin *R* direncini
harekete geçirmek
zorundadır.

Alıştırmalar

- Alıştırma 1

ε_m = 100 volt, f=1000 Hz, R=10 Ohm, L=4.22 mH olarak alalım, X_L, Z, I, V_R, ve V_l bulalım .

$$X_L = \omega L = 6.28 \times 1000 \times 0.00422 H = 26.5 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z = \sqrt{10^2 + (26.5)^2} = 28.3 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon_m}{Z} = \frac{100}{28.3} = 3.53\,\text{A.}$$

$$V_R = RI = 10 \times 3.53 = 35.3\,\text{V.}$$

$$V_L = X_L I = 26.5 \times 3.53 = 93.5\,\text{V.}$$

Alıştırmalar

- Alıştırma 2: Alıştırma 1 deki R de kaybedilen gücü hesaplayalım.

$$P_{avg} = I_{rms}^2 R$$

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{3.53A}{1.414} = 2.50A$$

$$P_{avg} = (2.50A)^2 10 = 62.5 Watts$$

Jenaratör tarafından üretilen gücü hesaplamak için voltaj ve akım arasındaki faz farkının hesabını yapmamız gerekmektedir.Genellikle şunu yazabiliriz:

$$P_{avg} = \varepsilon_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

Bir indüktör için P = 0 dır çünkü indüktörden geçen akım ve indüktör üzerindeki voltaj arasındaki faz farkı 90 derecedir.