

AST406

UZUN DALGA ASTRONOMİSİ

Radyo Antenler

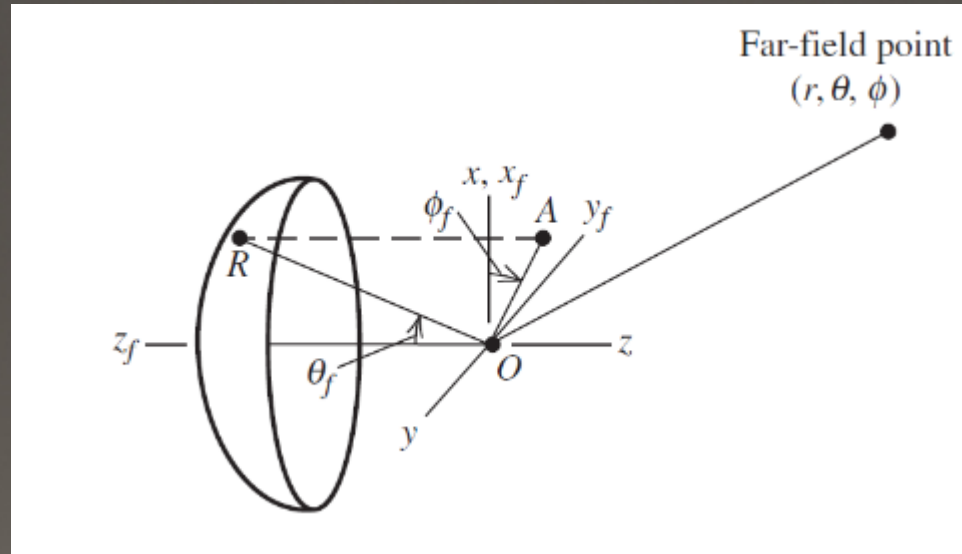
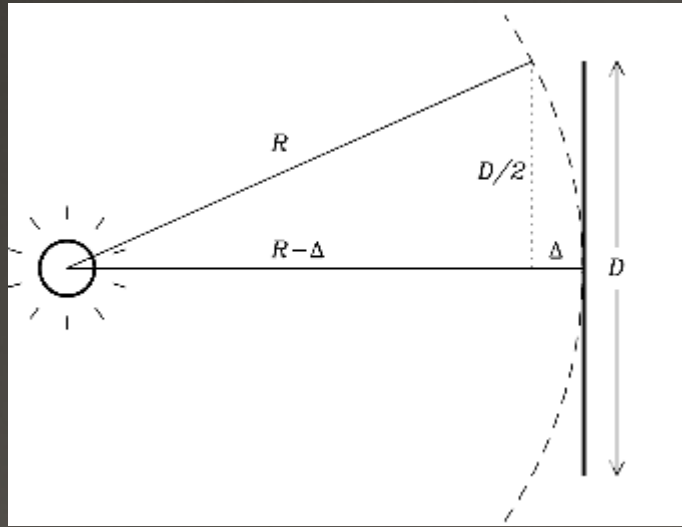
- Anten pasif bir cihazdır ve elektromanyetik ışınımı elektrik akımına dönüştürerek kayıt altına almamızı sağlar.
- Bu nedenle bir iletken veya iletkenlerden oluşan bir sistemdir. İki yönlü bir özelliğe sahiptir; gönderme ve alma.
- Bir antenin en önemli parçası ise yön diyagramıdır. Yön diyagramı, antenin yaydığı gücün sabit bir uzaklıktaki açısal değişimini gösteren bir grafiktir. Bu grafik aslında 3 boyutludur.
- Yön diyagramı, antenin **far-field** denilen (uzak-alan) bir noktadan yapılan elektromanyetik alan şiddet ölçümü ile ele edilir.

Radyo Antenler

- Far-Field noktanın yeri ise kenarı veya çapıdır.

$$R_{ff} \approx \frac{2D^2}{\lambda}$$

Burada D antenin uzun



$$R^2 = (R - \Delta)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

Radyo Antenler

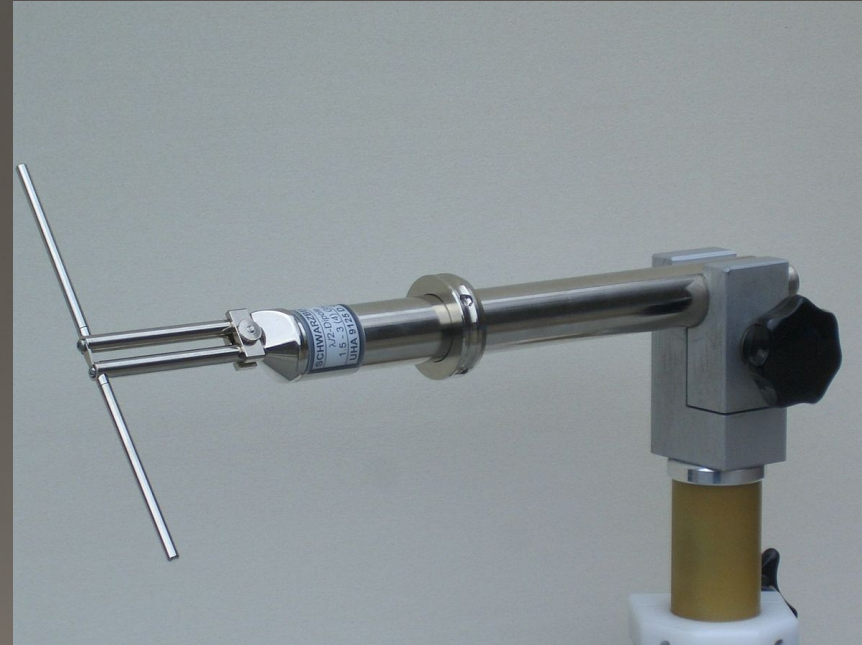
- Soru: Green Bank Telesbu ($D=100$ m) için $\lambda = 1$ cm deki uzak-alan değeri ne kadar dır?

$$R_{ff} = \frac{2(100 \text{ m})^2}{1 \text{ cm}} = \frac{2 \times 10^4 \text{ m}^2}{0.01 \text{ m}} = 2 \times 10^6 \text{ m} = 2000 \text{ km.}$$

- Görüldüğü gibi bu değeri yerden ölçmek çok pratik değildir. Bu nedenle bu tür ölçümler büyük teleskoplar için geo-uyduları ile yapılır.

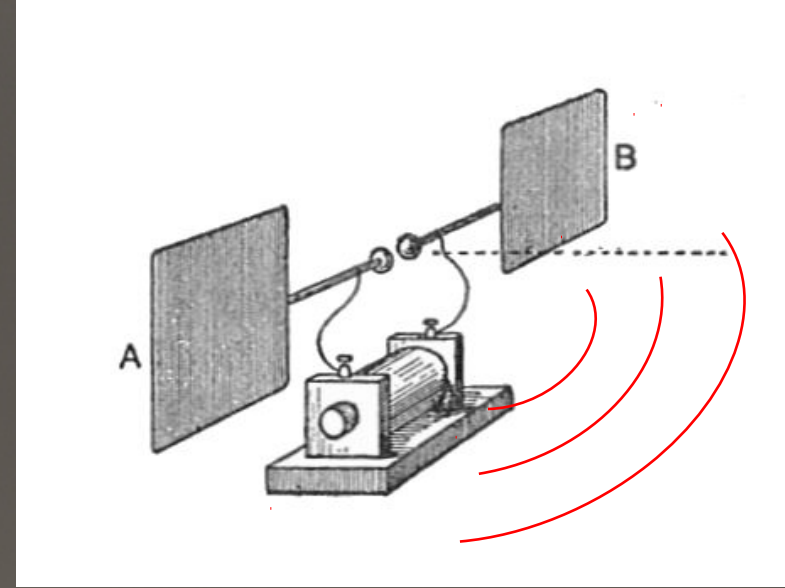
Dipol Antenler: Hertz Dipolü

- En basit anten türü kısa dipol antenlerdir ($l \ll \lambda$).
- 1888'de Alman Fizikçi Heinrich Hertz tarafından bunun elektromanyetik bir dalga ürettiğini fark etmesiyle ortaya çıktı.



Dipol Antenler: Hertz Dipolü

- İki iletken tel veya metal çubuk ele alalım. Bunları, bir doğrultuda duracak şekilde iletken olmayan desteklerle tutturalım ve çubukları şekilde gösterildiği gibi bir üretece bağlayalım.
- Üreteç bir gerilim farkı oluşturacak ve bu gerilim farkı elektronları t anında A çubuğundan çekip B çubuğuna sürecektir.
- Sonsuz küçük zaman sonra etki yön değiştirir ve elektronlar B çubuğundan çekilip A çubuğuna sürülür.
- Net sonuç şu olur : Bir yük (elektron), A ve B tek bir telmiş gibi, aşağı-yukarı titreşim hareketi yapar.
- Bilindiği gibi ivmelenen bir yük elektromanyetik alan üretir, yani elektromanyetik ışınım yapar. Uzunluğu bir titreşim dönemi boyunca ışığın aldığı yola göre çok kısa olan böyle bir iletken çubuğa (ya da tele) "elektromanyetik dipol osilatörü" ya da "Hertz dipolü" denir.



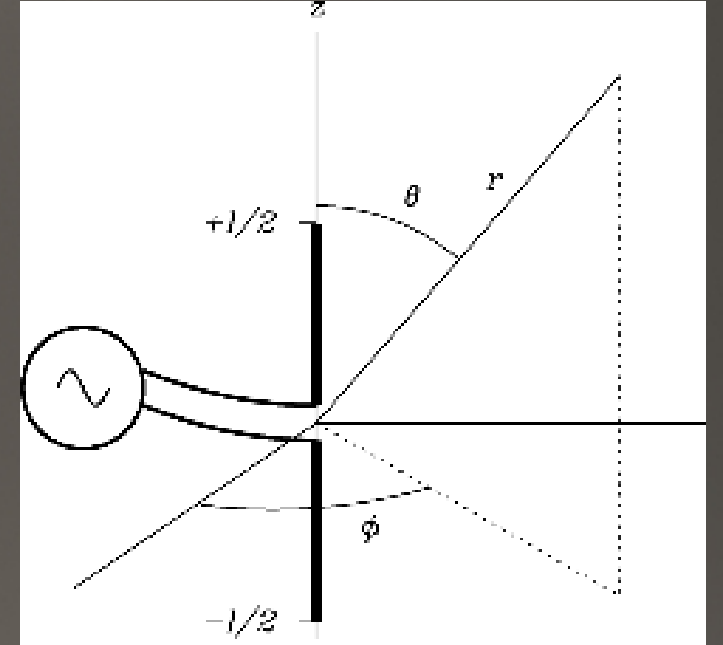
Alıcı

Dipol Antenler: Hertz Dipolü

- Hertz dipolünde olduğu gibi, çok sayıda yük birlikte ve aynı yönde ivmelendirilirse elektrik alan bireysel alanların toplamı olur. Bu durumda Hertz dipolü,

$$E_{\perp} = \frac{-i\omega \sin \theta}{rc^2} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{dq}{dz} v dz = \frac{-i\omega \sin \theta}{rc^2} \int_{-l/2}^{+l/2} I dz.$$

- denkleme göre uygun bir elektrik alanı oluşturur. Burada, r alanın olduğu noktanın(yerin) dipole olan uzaklığı, l dipolun boyunu, I dipolden geçen akımı, q yükleri ve ω da açısal frekansı göstermektedir.



Dipol Antenler: Hertz Dipolü

- Poynting ifadesine göre böyle bir sistemde birim alandaki güç ise

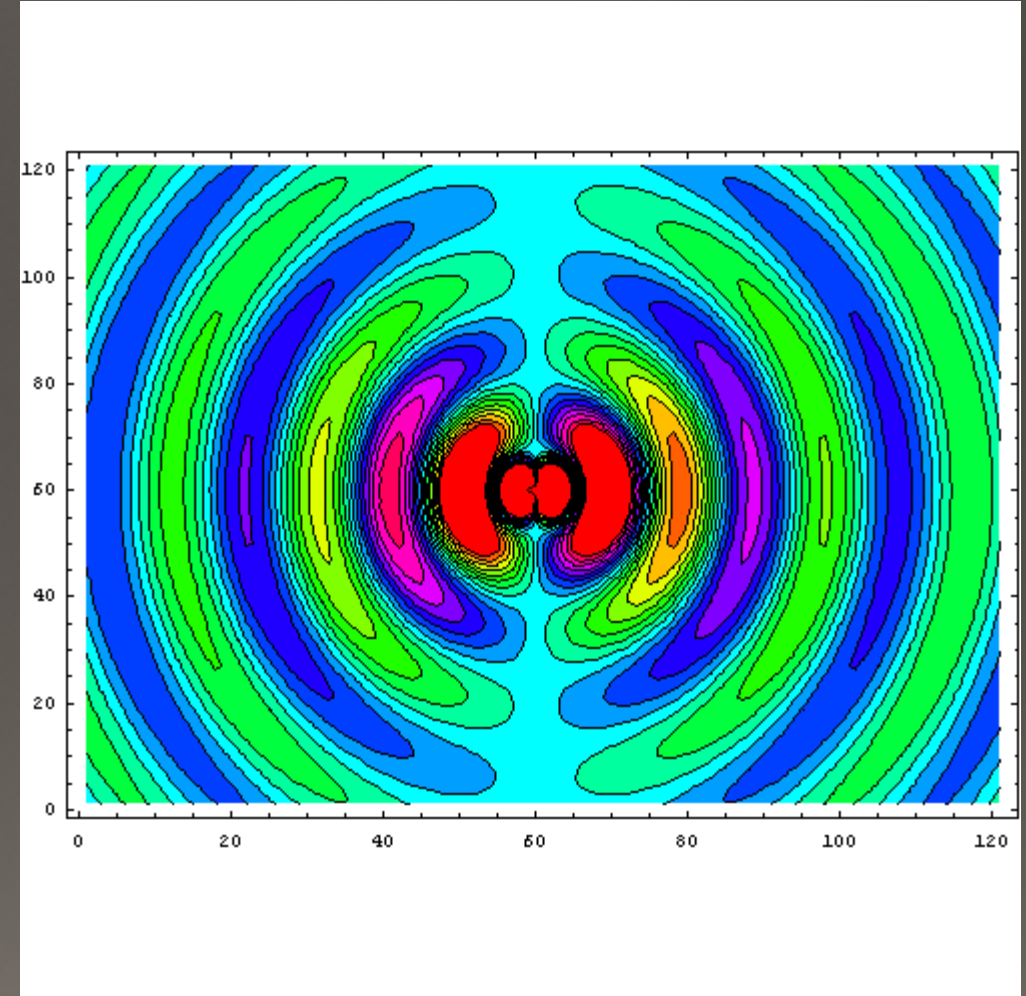
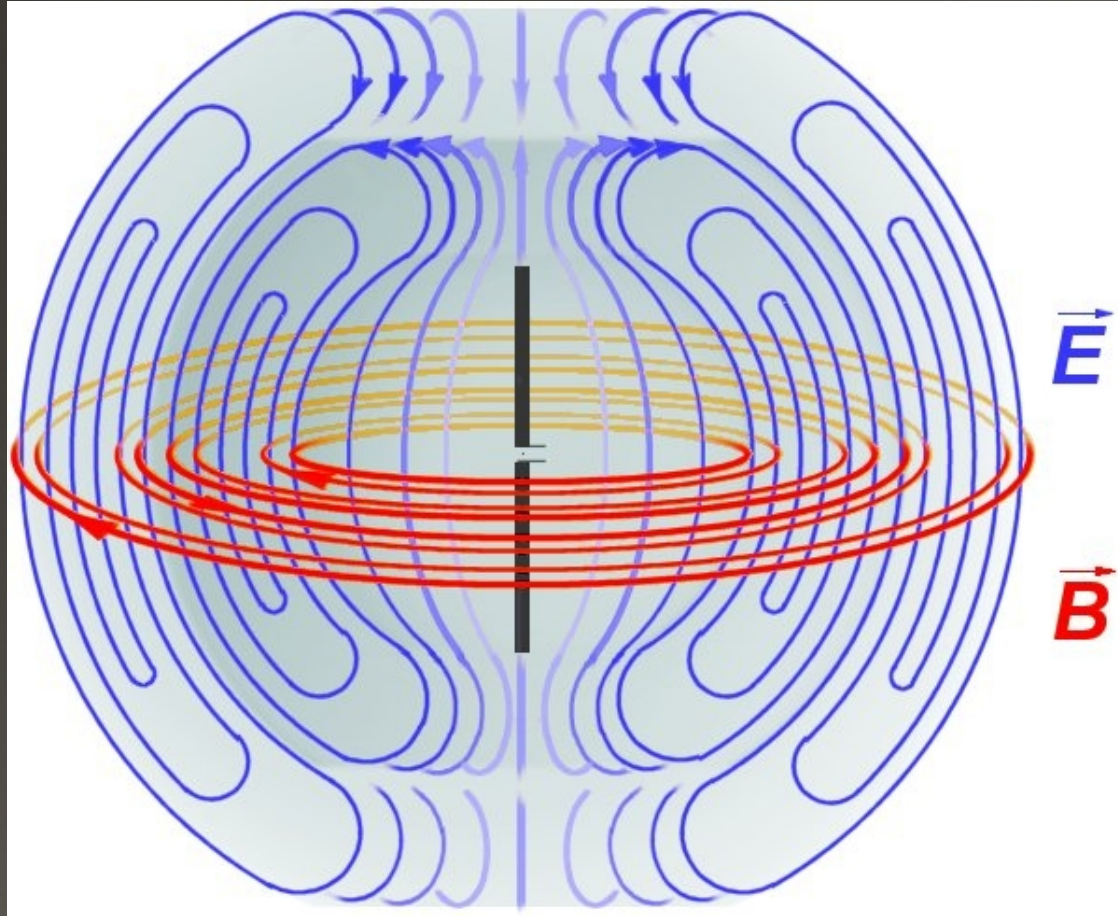
$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle E_{\perp}^2 \rangle.$$

$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{I_0 l \pi}{\lambda c}\right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2},$$
 olacaktır.

Bu durumda antenin güç deseni $P \propto \sin^2 \theta.$ ile ilişkilidir.

Görüleceği gibi bu tür antenlerin yön diyagramı eş-yönlüdür. Ancak ek iletken çubuklar yardımıyla çok yönlü bir antene dönüştürülebilir.

Dipol Antenler: Hertz Dipolü



Dipol Antenler: Hertz Dipolü

- Bu alanı algılayacak aygıt yine Hertz dipolü benzeri bir dipol olur. Yani yukarıdaki şekilde gösterilen A ve B gibi bir çift metal çubuk ya da tel olur. Böyle bir dipol eğer bir elektromanyetik alan içerisine konulursa alan bir kuvvet üretir.

$$\vec{F} = \vec{E} e$$

- şeklinde uygulanan bu kuvvet, iletken çubuklardaki elektronları aynı yönde ivmelendirir. Bu ivmelenme, yani elektromanyetik sinyal, A ile B arasına konan bir regresör ile algılanır. Algılanan bu sinyal çok zayıf olduğu için, kablolarla bir yükseltece yönlendirilir.

Dipolün Yön Diyagramı

- Bir dipolün, titreşim doğrultusuna (AB çubuğunun doğrultusu) göre θ doğrultusunda ve R uzaklığındaki bir noktada ürettiği elektromanyetik alanın elektrik vektörü

$$E_{\perp} = \frac{-i\omega \sin \theta}{rc^2} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{dq}{dz} v dz = \frac{-i\omega \sin \theta}{rc^2} \int_{-l/2}^{+l/2} I dz.$$

- dir. Burada ω dalganın açısal frekansı, c ışık hızı ve z ise dalganın genliğidir. Bunu Hertz dipolüne uygularsak : AB çubuğu doğrultusuna dipolün (ya da üretcin) eksenini diyelim ve bu eksen doğrultusunu z doğrultusu olarak tanımlayalım. Dipolün eksenini ile θ açısı yapan R uzaklığındaki (R yeteri kadar büyük) bir noktada, sinüsoidal bir titreşim için yukarıdaki denkleme göre dipol her yönde eşit ışımaya yapmaz .

Dipolün Yön Diyagramı

$R = \text{sabit}$ ve $t = \text{sabit}$ alarak,

$$E = \text{sabit} \times \sin \theta$$

yazılabilir. Bu ifade θ daki E elektrik vektörünün yönünü ve büyüklüğünü temsil etmektedir. Üreteçte R uzaklığına yerleştirilen bir alıcı dipolün algıladığı elektrik alan bu denklemlerde verilen ile aynıdır. Ancak, alıcının eksenini bakış doğrultusuna dik yani o noktadaki elektrik vektörüne paralel olacak şekilde yerleştirilmelidir. Aksi takdirde A alıcısının eksenini görüş doğrultusunda ise ($\theta = 0^\circ$) hiç bir alan algılanmaz.

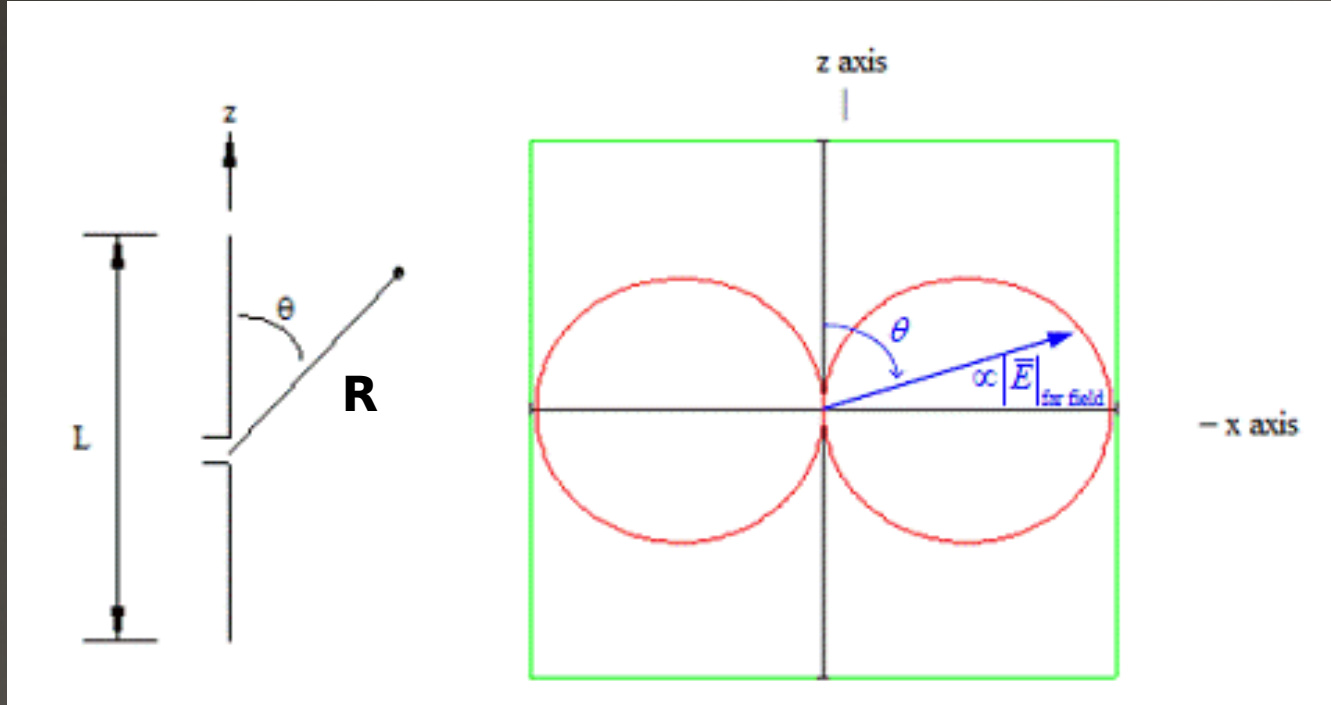
Dipolün Yön Diyagramı

- θ Doğrultusundaki ışınım akısı ise

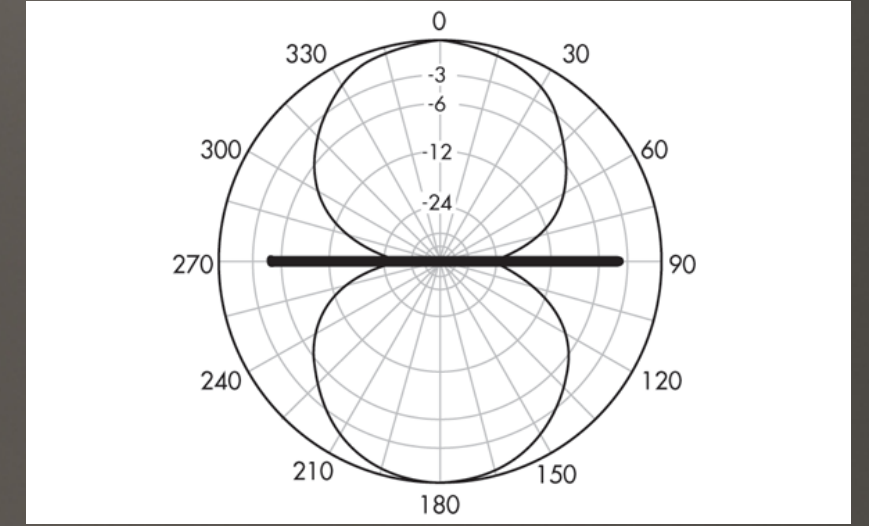
$$S = \frac{c}{4\pi} E^2 = \text{sabit} \sin^2 \theta$$

- olur. Bu denklemin iki boyutlu kutupsal koordinatlardaki grafiği yukarıdaki şekilde verildiği gibi olur. $\theta = 90^\circ$ de **S** en büyük, $\theta = 0^\circ$ de sıfır olmaktadır. Şekil 1 anlık ışınım alanını göstermektedir. Yön diyagramı bu iki boyutlu kutupsal diyagram dipolün eksenini etrafında döndürülmesiyle elde edilir (Şekil 2).
- Dipol üreteç olarak değil de alıcı olarak da kullanılabilir ve bu yönlülük özelliği değişmez. Yani, her yönde alıcı üzerine eşit miktarda ışınım düşse bile alıcı, kendi eksenine dik doğrultuda duyarlılığı en büyük olur.

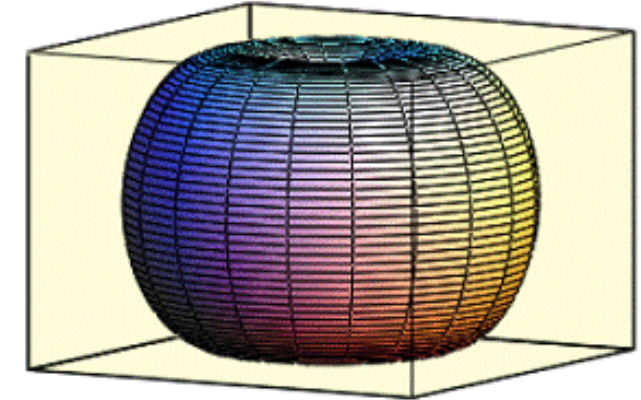
Dipolün Yön Diyagramı



Şekil 1 Dipolün anlık yön diyagramı

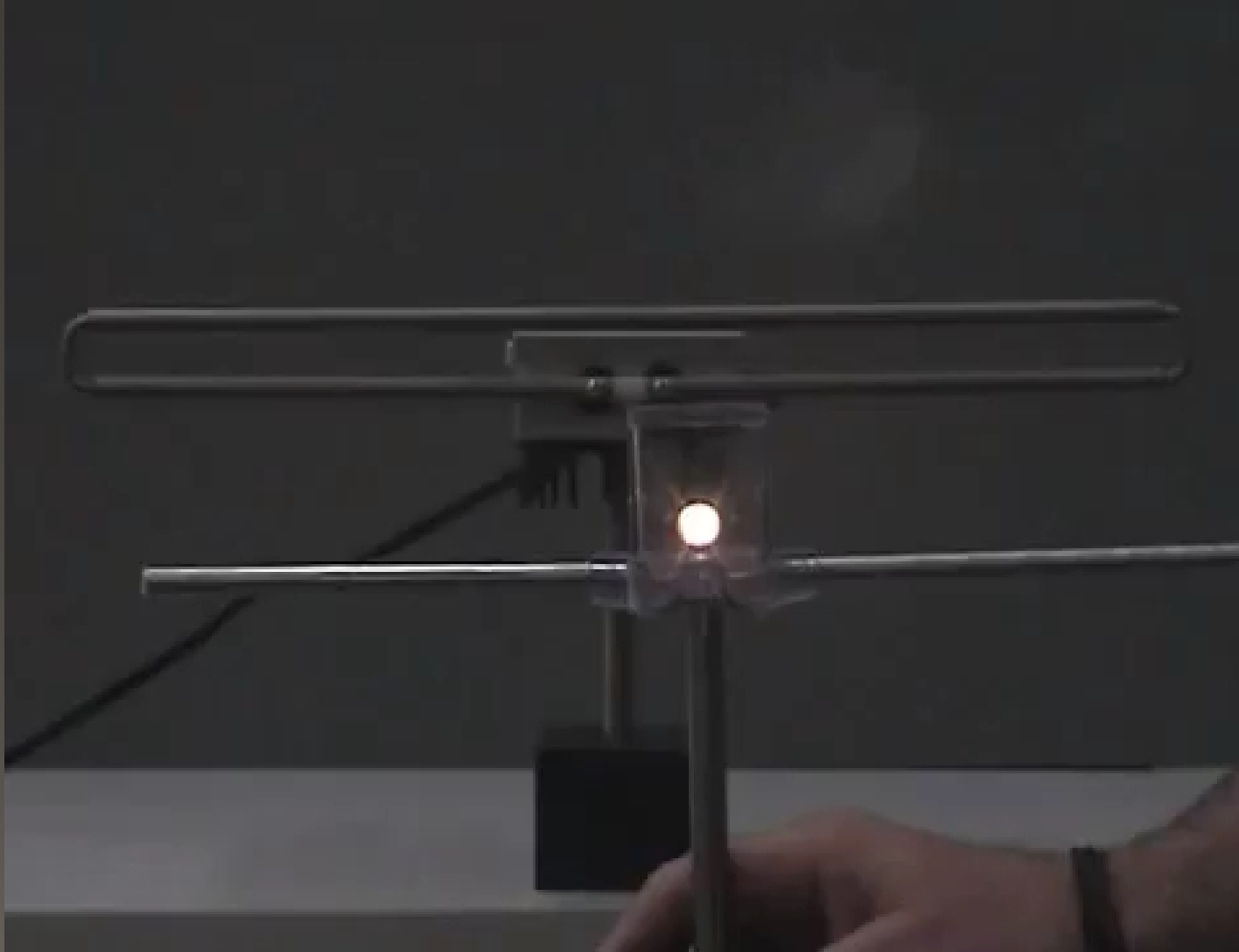


Radiation Pattern of the Dipole Antenna.



Şekil 2 Yön diyagramı

Dipolün Yön Diyagramı



Anten Türleri

- Antenler yönlülük özelliklerine göre çeşitli türlere ayrılırlar. Bunlar,
 - Eş-yönlü antenler
 - Çok Yönlü antenler
 - Yönlü antenler

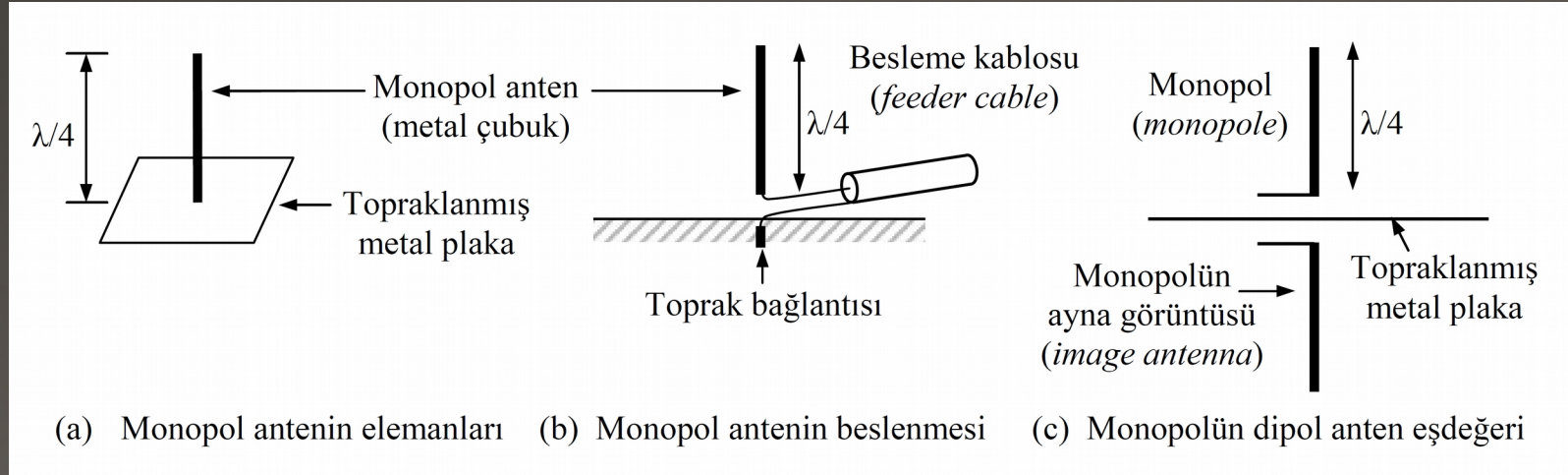
Eş yönlü antenler her yöne doğru eşit güçte elektromanyetik ışıma yapan teorik nokta kaynaklı bir antendir. Böyle antenlerde kazanç 1 dir.

Çok yönlü antenler ise, sadece bir düzlemde her yöne ışıma yapan, diğer düzlemde ışıma gücü yöne göre değişen antenlerdir.

Yönlü antenler, belirli bir yönde daha güçlü ışıma yapabilen, almada ise bir veya daha fazla yönde güçlü işaret alabilen antenlerdir. Kazançları yönlendirmenin olduğu yönde en büyük değere sahiptir.

Çok Yönlü antenler

- **Monopol anten:** toprak plakası adı verilen bir iletken plaka üzerine genellikle dik olarak ve iletken plaka ile elektriksel temas ettirilmeden monte edilen çeyrek dalgaboyunda ($\lambda/4$) düz bir metal çubuktan oluşur.



Çok Yönlü antenler: Monopol



(a) El telsizlerinde kullanılan çubuk antenler



(b) Portatif radyoda kullanılan çubuk anten



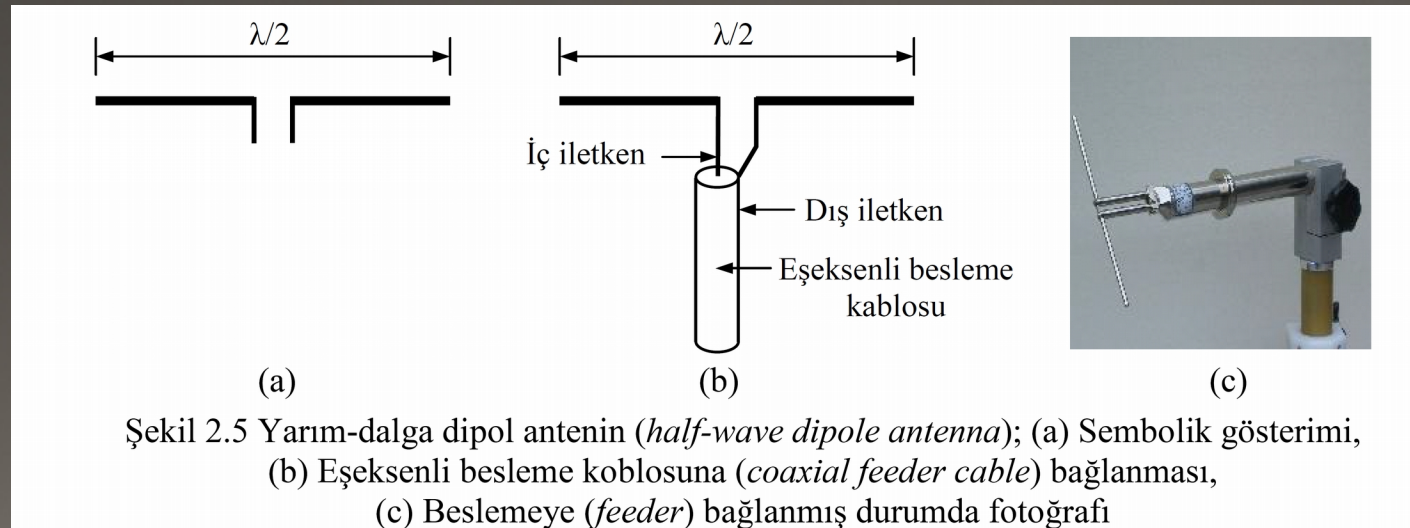
(b) Bir monopol anten (alttaki üç metal çubuk toprak plakası olarak görevi yapıyor)



(d) Otomobil radyosunun çubuk anteni

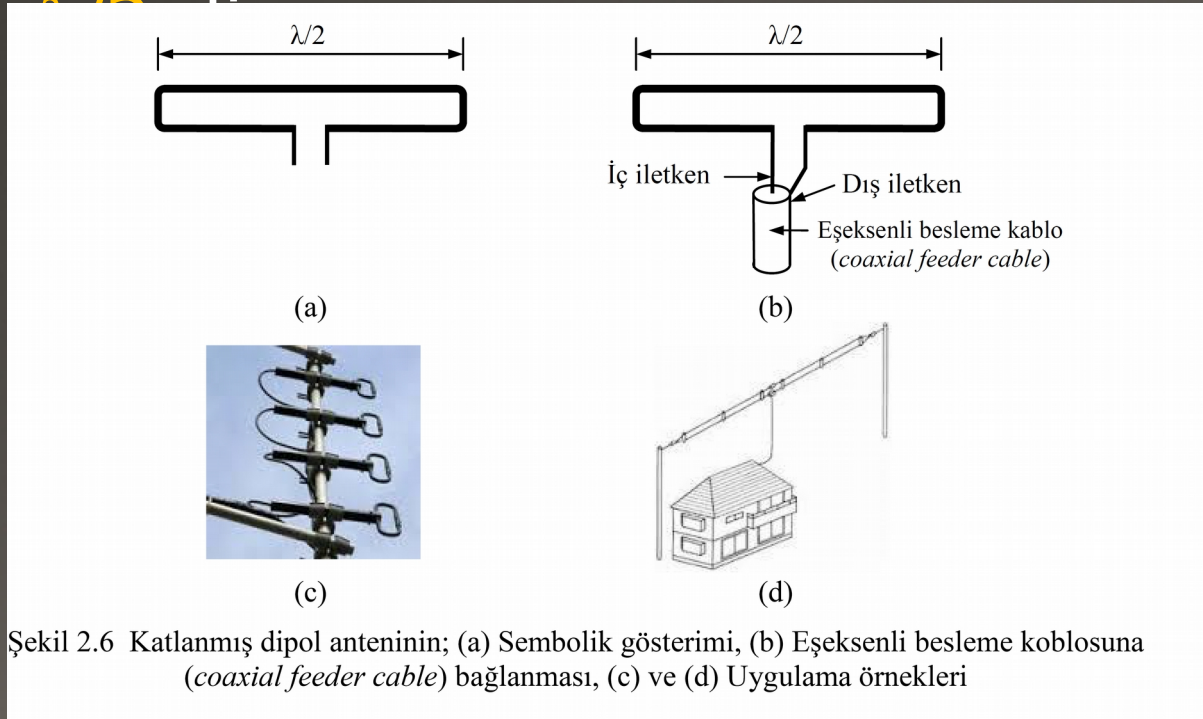
Çok Yönlü antenler

- **Yarım-dalga dipolü:** Bir antenin en basit şekli “yarım-dalga dipolü”dür. Bu dipol, çubuklarının her birinin uzunluğu $\lambda/2$ olan bir Hertz dipolüdür. Çubukların uçları, dipol merkezinden kablo ile alıcıya bağlıdır. Yön diyagramı aşağıda verilen şeklin diyagramı gibidir. Görüleceği gibi yön diyagramı kötüdür. Dolayısıyla tek başına bir radyo teleskop olarak pek yararı olmaz.



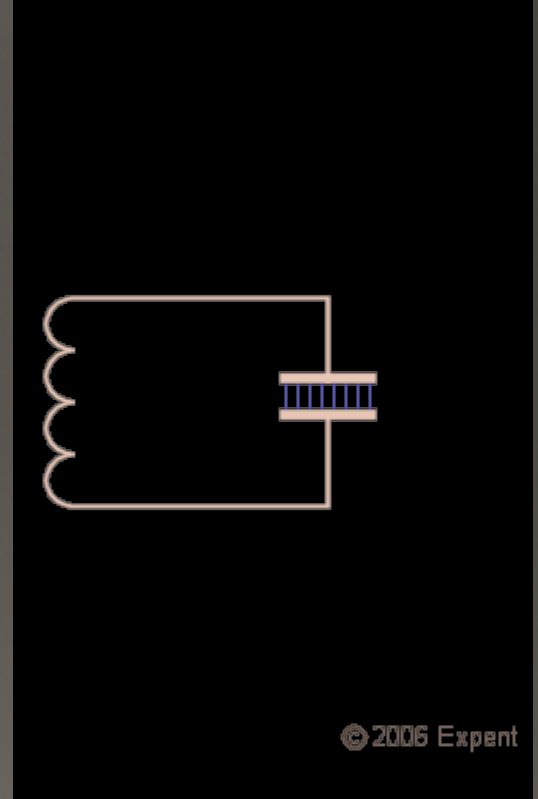
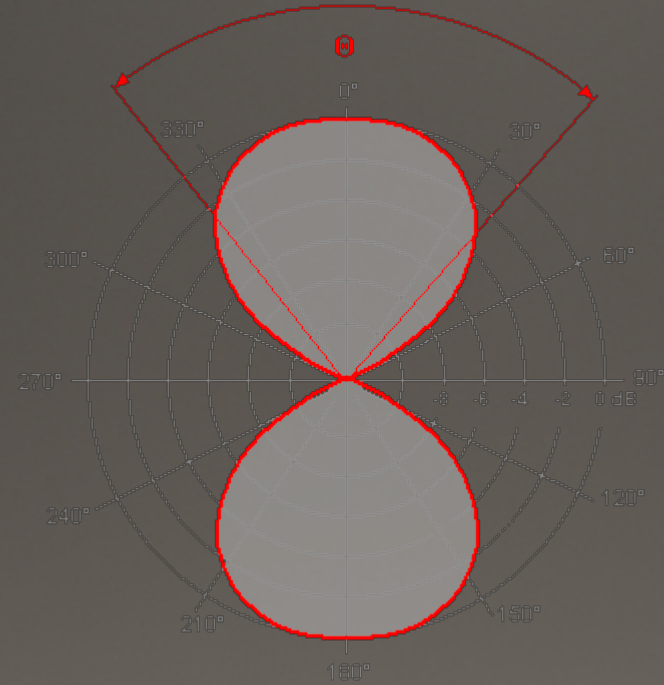
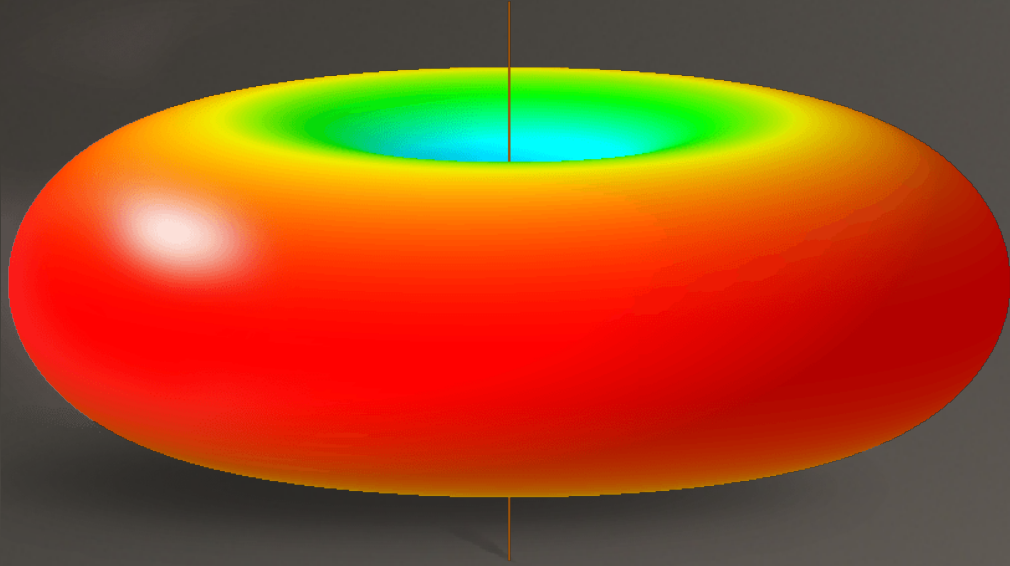
Çok Yönlü antenler

- **Katlanmış Dipol:** Bu anten daha çok yönlü bir anten olan Yagi anteninde güçlendirme elemanı olarak kullanılır. Antenin uzunluğu $\lambda/2$ 'dir.



Şekil 2.6 Katlanmış dipol anteninin; (a) Sembolik gösterimi, (b) Eşeksenli besleme koblosuna (coaxial feeder cable) bağlanması, (c) ve (d) Uygulama örnekleri

Çok Yönlü antenler Yön Diyagramı



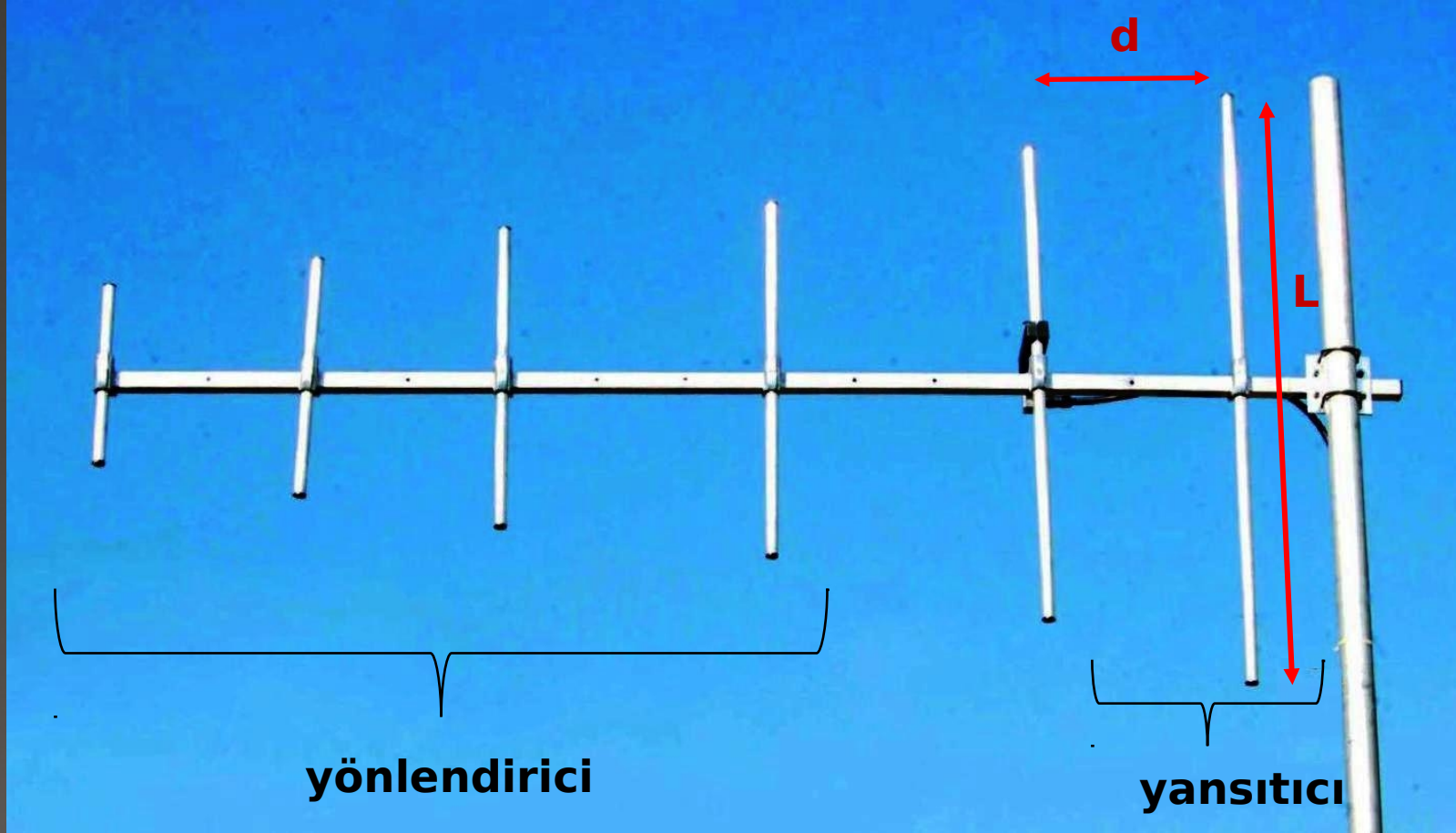
Yönlü Antenler

- Yagi Anteni
- Çanak Anten
- Huni Anten
- Log-periyodik anten
- Rombik Anten
- Mikroşerit Anten

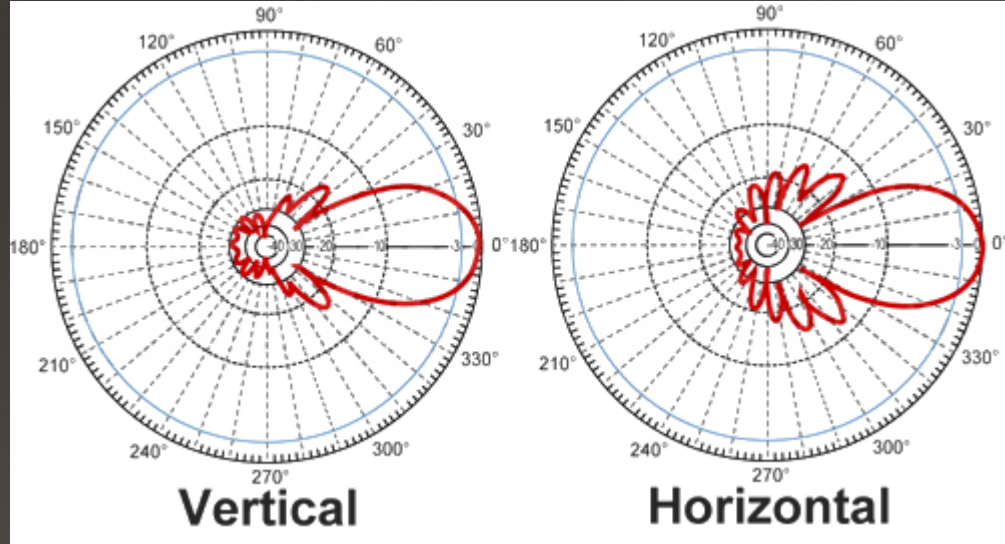
Yagi Anteni

- Bir dipol antenin yönlülüğü, ek çubuklar yardımıyla büyük ölçüde arttırılabilir. AB yarım dalga dipolüne yakın ve ona paralel ikinci bir A'B' çubuğu konur. AB de oluşan alternatif akım, A'B' çubuğunda bir indüksiyon (ikincil akım) akım oluşturur.
- Uzak bir noktadaki ışınım alanı AB ve A'B' den gelen ışınımın toplamıdır. İkincil (ya da parazit) akımın antenin yönlülüğüne etkisi, A'B' nün uzunluğuna ve AB den uzaklığına bağlıdır.
- Eğer $d \leq \lambda/4$ ve L de $\lambda/2$ den biraz büyük ise bu çubuk yansıtıcı görevi yapar ve gücü y doğrultusuna yöneltir.
- Eğer $L < \lambda/2$ ise, çubuk yönlendirici görevi yapar ve y' doğrultusundaki, yani AB ye göre kendisinin bulunduğu doğrultudaki ışınımı arttırır.
- Yarım dalga dipolün bir tarafına yansıtıcı, diğer tarafına da bir dizi yönlendirici konularak elde edilen antene "Yagi anteni" ya da "parazit anteni" denir.
- Yagi anteninde yansıtıcı ve yönlendiriciler dipole ya da alıcıya elektrik olarak bağlı değildirler. Böyle bir antenin kutupsal diyagramı aşağıda verildiği gibidir. Görüleceği üzere geri doğrultuda duyarlılık yok denecek kadar azdır.

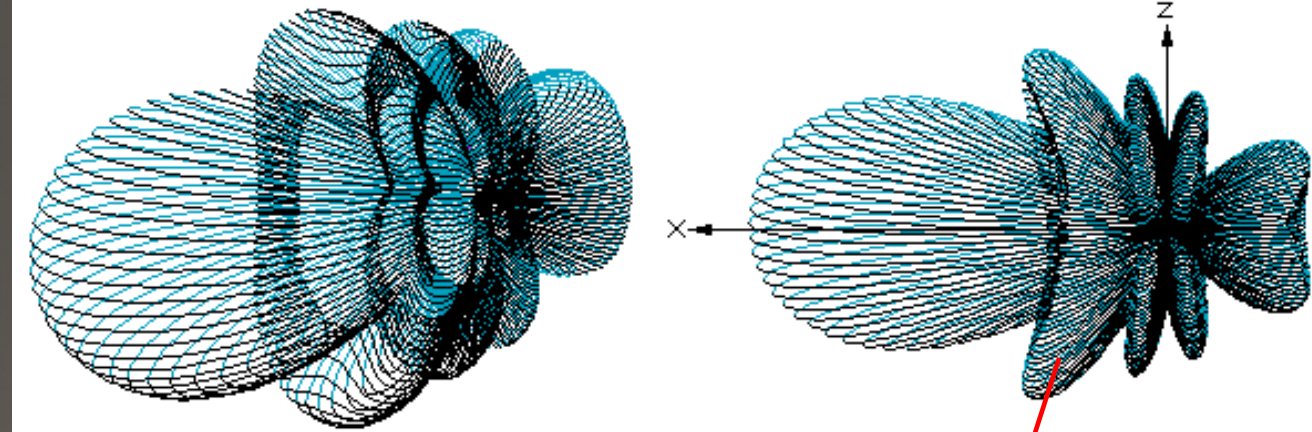
Yagi Anteni



Yagi Anteni

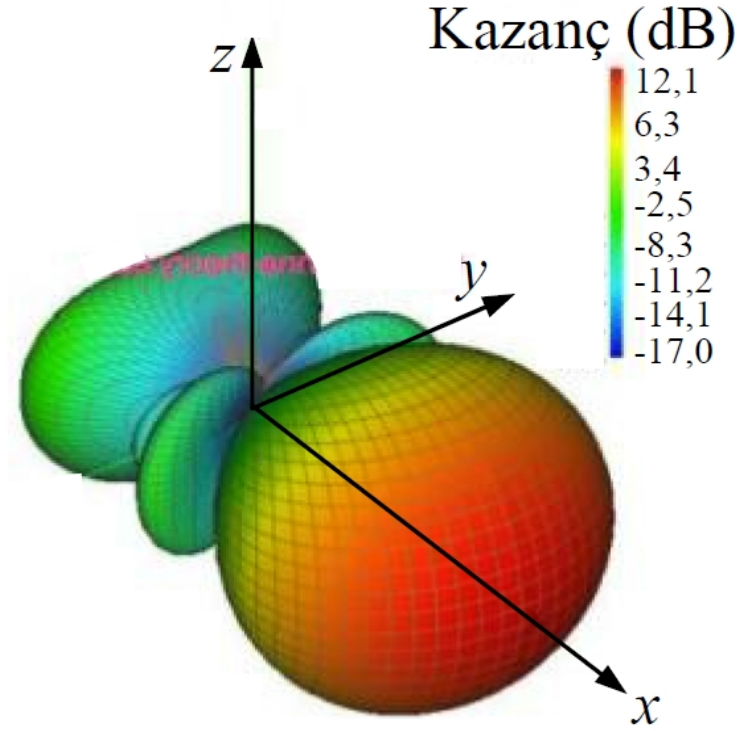


Yönlü antenin yön diyagramı



Küçük şişimler

Yagi Anteni



(c) Yagi anteninin tipik 3D ışıma örüntüsü

Yagi Anteni

- Küçük şişimler, bazen antenin yönlendiği doğrultu dışındaki doğrultulardan sinyal alıp sıkıntı çıkarabilirler. Yagi anteninin toplam kazancı yönlendiricilerin sayısına bağlıdır. İkincil akımlar gittikçe azaldığından bu sayı en çok beş yöresindedir. Bu da kazancın en çok 12 olması demektir ve şişim genişliği yaklaşık 90° dir. TV antenlerin çoğunun Yagi türü olmasına karşın, radyo astronomide Yagi anteni tek başına kullanılmamaktadır.

Parabolik Çanaklar

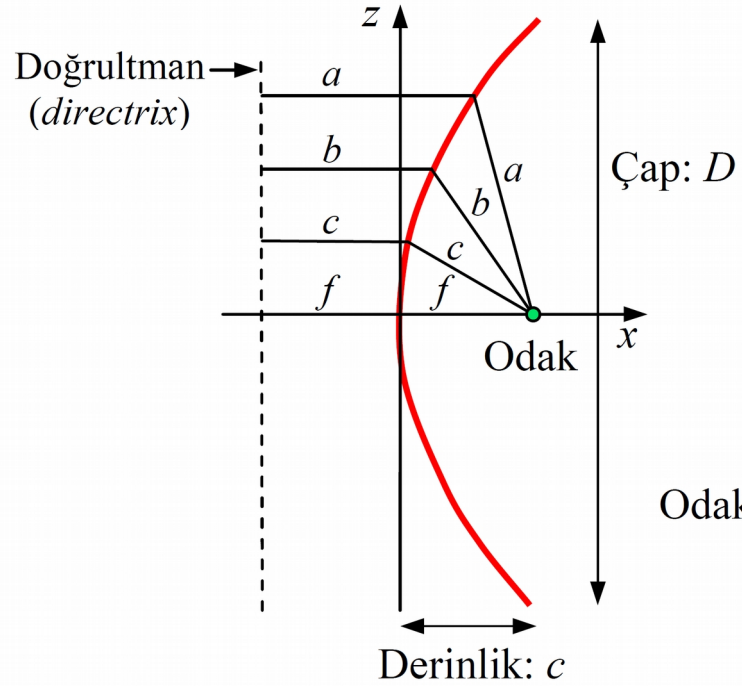
Yagi anteni ve iki boyutlu dizi gibi antenlerin sakıncası, yarım dalga dipollerin boyutu seçilince radyo teleskobun kullanacağı (ölçeceği) dalgaboyunun da seçilmiş olmasıdır.

Işınım toplayıcı olarak, paraboloid şeklinde büyük bir çukur "çanak" kullanılırsa bu sakınca büyük ölçüde giderilmiş olur. Paraboloid, üzerine düşen radyo ışınım demetini, odak noktasındaki tek bir dipole yansıtır.

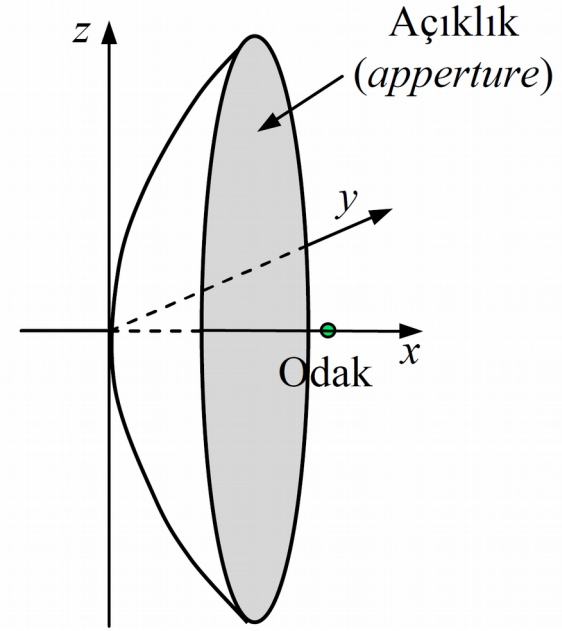
Odaktaki bu dipolde oluşan elektrik enerjisi özel dalgayolları (koaksiyel kablo, ya da dalga güdücü) ile alıcıya iletilir. Kullanılacak dalgaboyuna göre, çeşitli dipoller ya da toplayıcı "horn"lar yedekte saklanabilir.

Tek bir parabolik antenle dipollerden oluşan dizi anten arasındaki başlıca fark şudur : Parabolik anten tüm enerjiyi toplar, oysa dipoller alıcıya ayrı ayrı bağlanabileceğinden farklı radyo demetleri arasındaki yol farkını dizi anten hesaba katabilmesi nedeniyle interferometre olarak kullanılabilirler.

Parabolik Çanaklar



(a) Parabol



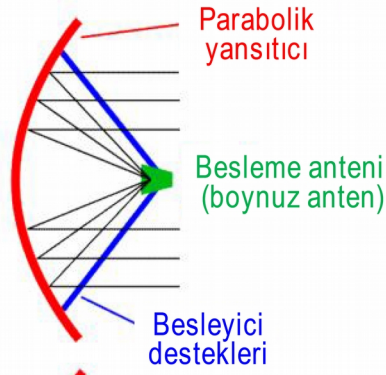
(b) Paraboloid (parabolik yansıtıcı)

$$\text{Odak uzaklığı: } f = \frac{D^2}{16c}$$

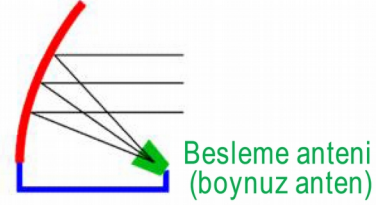
Şekil 2.10 Parabol ve paraboloid.

Parabolik Çanaklar

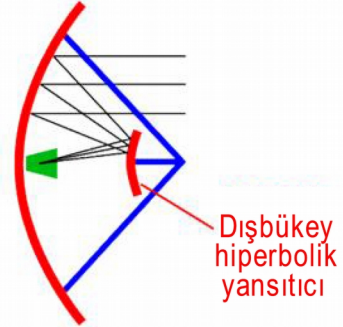
(a) Eksenden ya da önden besleme
(*axial or front feed*)



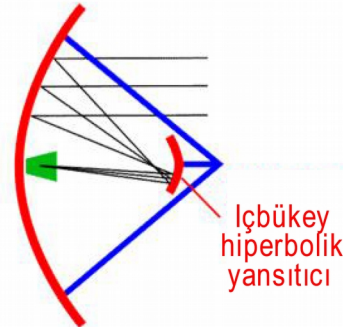
(b) Eksen-dışı ya da ofset besleme
(*off-axial or offset feed*)



(d) Cassegrain besleme
(*Cassegrain feed*)



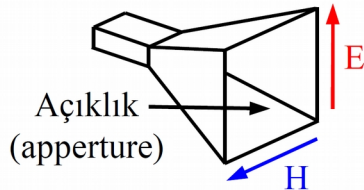
(c) Gregorian besleme
(*Gregorian feed*)



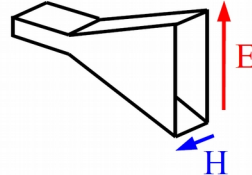
Şekil 2.11 Parabolik yansıtıcı anten besleme türleri

Huni Antenler

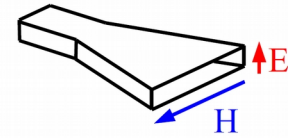
- metal bir koni ya da piramit biçiminde yapılmış yönlü antenlerdir. UHF bandında ve 300 MHz'in üzerindeki mikrodalga uygulamalarında kullanılır. Huni antenler genellikle, çanak antenlerin besleyicileri (*feeders*) olarak, radar tabancası (*radar gun*) olarak ve diğer antenlerin kazanç ölçümlerinde ve kalibrasyonunda kullanılırlar.



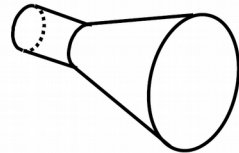
(c) Piramit huni
(*pyramidal horn*)



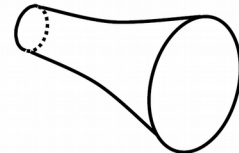
(d) Sektörel huni-E düzlemi
(*sectoral horn-E plane*)



(e) Sektörel huni-H düzlemi
(*sectoral horn-H plane*)



(a) Konik huni
(*conical horn*)



(b) Üssel huni
(*exponential horn*)

Şekil 2.15 Huni anten türleri

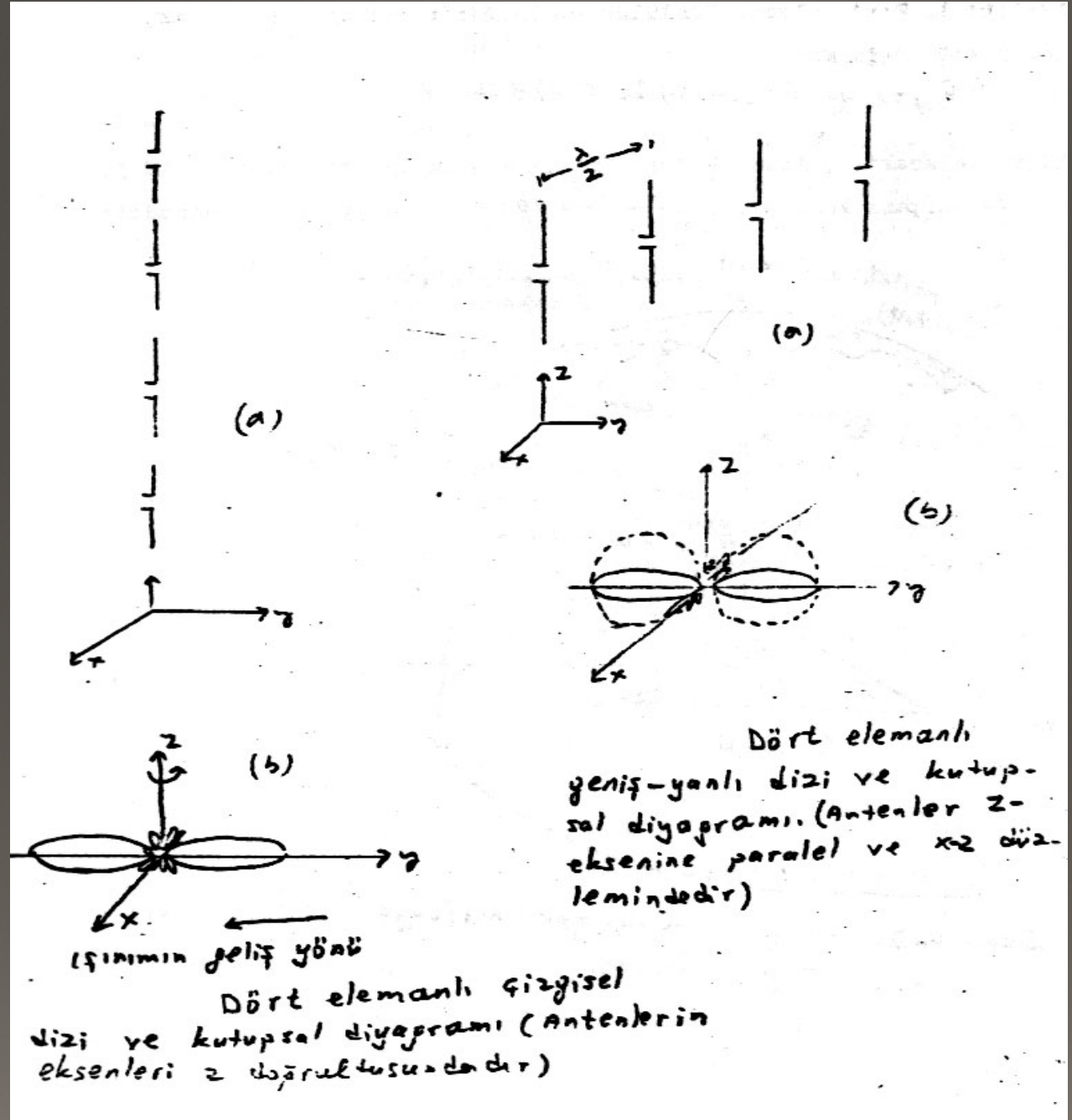
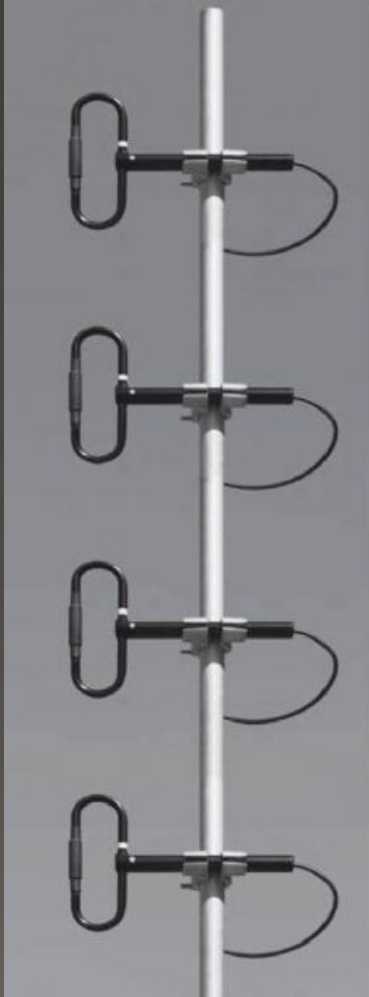
Dizi Antenler

- Bireysel dipollerin diziler şeklinde birleştirilmeleri ile oluşan antenlerdir. Bu antenleri Radyo astronomide kullanmaya elverişli olacak kadar yüksek kazanç elde edilebilir.
- Başlıca iki çeşit anten dizisi vardır : “Çizgisel” ve “Geniş yanlı” diziler.
- Çizgisel dizide dipoller aynı doğrultuya yerleştirilirler ve alıcıya aynı evrede bağlanırlar.
- Dört dipoll bir çizgisel dizi için y-z düzlemine izdüşürülmüş yn diyagramı aşağıdaki Şekilde gösterilmektedir.  boyutlu yn diyagramı, bu Şekilde verilen diyagram dizi eksenini, yani z eksenini etrafında döndürülerek bulunabilir.

Dizi Antenler

- Geniş yanlı dizide, aşağıdaki şekilde verildiği gibi dipoller birbirlerine paralel olacak şekilde yerleştirilir. Ardışık iki dipol arası, kullanılan dalgaboyunun yarısı kadardır. Bunlar da alıcıya yine aynı evrede bağlanırlar. şekildeki yön diyagramı xy düzleminde dir. Yz düzlemindeki yön diyagramı, tek bir yarım dalga dipolünki ile aynıdır (şekilde noktalı olarak gösterilen diyagram).

Dizi Antenler



Dizi Antenler

Çizgisel ve Geniş-yanlı dizilerin birleştirilmesi ile hem x ve hem de z doğrultusundaki yönlülük azaltılabilir ve yalnız y doğrultusunun iki yönüne uzanan ince bir şişim kalır. Bu yönlerden birisi, iki boyutlu diziye uygun uzaklıkta ve diziye paralel düzlem içine konan iletken-ağ yansıtıcı ile ortadan kaldırılabilir.

Tüm dizgeyi ayarlanabilir bir platforma yerleştirerek, yönlülüğü yüksek olan bu anten, gök küresine istenen doğrultuya yönelmek mümkündür. Böyle bir dizge, radyo teleskopların olağan şekillerinden birisidir.

Yönlülüğü yüksek olan benzer bir anten de Yagi antenlerinden oluşan bir dizi oluşturarak elde edilebilir.

Antenlerin Parametreleri

- Yön diyagramı
- Yönlülük
- FWHM (hüzme genişliği)
- Verimlilik
- Kazanç
- Kutuplanma
- Empedans
- Bant genişliği
- Tarama

Anten Sıcaklığı

Radyo astronomide önemli bir kavram olan **anten sıcaklığı**

$$T_a = \frac{S_v}{4\pi} \frac{\lambda^2}{2k}$$

ile tanımlanır. S_v ölçülen akı olduğuna göre **anten sıcaklığı**, antenin soğurduğu güç ile ilgilidir. **Fiziksel anlamı şudur** : Radyo mühendisliğine göre T sıcaklığındaki bir direnç, $\Delta\nu$ frekans aralığında $kT\Delta\nu$ kadar enerji salar. O halde anten sıcaklığı, anten yerine yerleştirilen bir direncin, antenin kaynaktan aldığı enerjiye eşit ısısal enerjisi salıncaya kadar yükseltilmesi gereken sıcaklıktır.

Anten sıcaklığının, antenin maddesinin kendi sıcaklığı ile ya da çevresinin sıcaklığı ile bir ilgisi yoktur. Yalnız S_v ye, yani akı alma koşullarına bağlıdır.

O halde $T_a = f(T_b)$ şeklinde bir ilişki olur.

Birim frekans aralığında antenin soğurduğu enerji

$$S_v = \int I_v(\Omega)G(\Omega)d\Omega$$

idi. Burada

$$I_v(\Omega) = 2k\lambda^{-2}T_b(\Omega) \quad \text{dir.}$$

Bu bağıntılar yukarıda verilen T_a ifadesinde yerine konursa

$$T_a = \frac{\lambda^2}{2k4\pi} \int 2k\lambda^{-2}T_b(\Omega)G(\Omega)d\Omega$$

$$T_a = \frac{1}{4\pi} \int T_b(\Omega)G(\Omega)d\Omega$$

Diğer taraftan eş yönlü bir anten için

$$\int G(\Omega) d\Omega = 4\pi$$

olduğundan **anten sıcaklığı** için,

$$T_a = \frac{\int T_b(\Omega) G(\Omega) d\Omega}{\int G(\Omega) d\Omega}$$

yazılabilir. Bazen **anten sıcaklığı** T_a bu denklem ile tanımlanır. Bu bağıntıdan da görüleceği gibi T_a **anten sıcaklığı**, T_b parlaklık sıcaklığının anten şişimi üzerinden ya da kaynak üzerinden bir çeşit ağırlıklı ortalamasıdır. Uygulamada, antenin yan şişimleri de vardır ; bu yan şişimler parlaklık sıcaklığı farklı olan başka gök bölgelerine doğrultulmuş olabileceklerinden, çoğu kez ana şişimin görünen sıcaklığı (= **anten sıcaklığı**) ile tüm antenin sıcaklığını birbirinden ayırmak gerekir.

Eğer radyo kaynağın şiddeti (ya da T_b si) ana şişim boyunca sabit ise, ya da kaynak demet genişliğini dolduruyorsa T_b integralin dışına çıkarılabilir ve bir önceki bağıntıdan

$$T_a(\lambda) = T_b(\lambda)$$

sonucu bulunur. Bu durumda kaynağın parlaklık sıcaklığı doğrudan doğruya ölçülebilir.

Eğer cismin açısal boyutu, demet genişliğine göre küçük ise şişimin kaynak dışına düşen doğrultularında $T_b G = 0$, kaynak üzerinde $T_b G \approx \text{sabit}$ olacağından T_a için,

$$T_a = \frac{\Omega_{kaynak}}{\Omega_{anten}} T_b \quad ya \ da,$$

$$T_a \Omega_{anten} = T_b \Omega_{kaynak}$$

sonucu bulunur. Ω_{anten} , antenin etkin katı açısıdır ($\Omega_{anten} = 4\pi / G$). Bu formüller, radyo teleskopta ışınım kaybının olmadığı varsayımına dayanarak elde edildiğinden, eğer ışınım kaybı var ise onun hesaba katılması da gerekecektir.

Örnek uygulama 1 :

$\lambda=3.15$ cm de Mars'ın gözleendiği bir radyo teleskopta ölçülen anten sıcaklığı 0.24 °K olmuştur. Bu ölçüm anında Mars diskiniin açısal çapı $18''$ ve antenin demet alanı $\Omega_{\text{anten}} = 0.018$ (derece)² olduğuna göre Mars'ın parlaklık sıcaklığı ne olur ? Hesaplayınız.

ÇÖZÜM : Mars'ın açısal yarıçapı

$$9'' = 9 / 3600 = 0.0025^\circ$$

O zaman uzay açısı ;

$$\Omega_{\text{kaynak}} = \pi (0.0025)^2 = 2 \times 10^{-5} \text{ (derece)}^2 \text{ olur.}$$

Disk boyunca anten sıcaklığını sabit alarak,

$$T_b = T_a \frac{\Omega_a}{\Omega_{\text{kay.}}} = 0.24 \frac{0.018}{2 \times 10^{-5}} = 216 \text{ }^\circ K$$

bulunur.

Örnek uygulama 2 :

Verilen bir frekansta demet genişliği $\Omega = 180$ (derece)² olan bir anten, parlaklığı $5 \times 10^{-25} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} (\text{derece})^{-2}$ olan bir noktaya yöneltiliyor. Antenin etkin alanı 20 m^2 ve alıcı band genişliği $\Delta \nu = 1 \text{ MHz}$ üzerinden $S = \text{sabit}$ ve kaynak anten şişiminden geniş ise alınan güç ne olur ? Hesaplayınız.

ÇÖZÜM : Antenin soğurduğu güç,

$$P\Delta\nu = \frac{1}{2} \int A_v(\theta, \varphi) I_v(\theta, \varphi) d\Omega d\nu$$

idi. O zaman, $G(\theta, \varphi) = \frac{A(\theta, \varphi)}{\bar{A}}$ den yararlanarak,

$$P\Delta\nu = \Delta\nu \frac{1}{2} \bar{A} \int I_v G d\Omega$$
$$= \frac{1}{2} \bar{A} I_v \Omega \Delta\nu = \frac{1}{2} 20 \cdot 5 \times 10^{-25} \cdot 180 \cdot 1 \times 10^6$$
$$= 4 \times 10^{-16} \text{ W}$$

bulunur.