

$$-\nabla(\sigma(x,z).\nabla\phi(x,z))=I(x,z) \quad (7.2)$$

şeklinde tanımlanan Poisson denklemdir. 3-B modellemede ise (1.2) denklemi

$$-\nabla(\sigma(x,y,z).\nabla\phi(x,y,z))=I(x,y,z) \quad (7.3)$$

şeklinde yazılır. Denklem (1.2) ve (1.3)' de kullanılan değişkenler Bölüm 2.2 de verilmiştir. Yukarıda yazılan model bağıntılar sınır koşulları kullanılarak çözülür.

7.2. Model Bağıntısı

Elektrik yöntemler teorisi, homojen olmayan bir iletken yer için EM alanın genel kuralları kullanılarak geliştirilmiştir (Zhdanov ve Keller, 1994). Doğru akım özdirenç yönteminde, modellemede kullanılan Poisson Denklemi, EM alanları tanımlayan Maxwell denklemleri kullanılarak çıkarılabilir. Bu bağıntının çıkarılmasında, akımın süreklilik denklemi ve \vec{E} nin kapalı bir alanda integralinin yoldan bağımsız olması (konservatif) özelliklerinden yararlanılarak

$$-\nabla.[\sigma(x,y,z)\nabla\phi(x,y,z)]=I.\delta(x-x_s).\delta(y-y_s).\delta(z-z_s) \quad (7.4)$$

şeklinde bulunur. Burada $\sigma(x,y,z)$, 3-B uzayda öziletkenlik, $\phi(x,y,z)$ 3-B gerilim, I , akım, $\delta(x-x_s)$, $\delta(y-y_s)$ ve $\delta(z-z_s)$ kaymış birim impuls fonksiyonları, (x_s, y_s, z_s) nokta akım kaynağının 3-B uzaydaki koordinatları, ∇ "gradient" ve " ∇ ." ise "diverjans" operatörüdür. Bu denklem Poisson denklemi olarak bilinir ve sadece kaynak civarında geçerlidir. Denklem (1.4), 3-B uzay için yazılmıştır. 2-B modelleme için iletkenlik dağılımının y-yönünde değişmediği kabul edilirse,

$$\frac{\partial}{\partial y}\sigma(x,y,z)=0$$

yazılabilir. Bu kabul (1.4) denkleminde uygulanırsa,

$$-\nabla.[\sigma(x,z)\nabla\phi(x,y,z)]=I.\delta(x-x_s).\delta(y-y_s).\delta(z-z_s) \quad (7.5)$$

eşitliği elde edilir.

Denklem (1.5) de, nokta akım kaynağı ve gerilim; x , y ve z değişkenlerinin fonksiyonudur. Fakat iletkenlik x ve z değişkenlerinin fonksiyonudur. Hesaplamaların kolay yapılabilmesi için Fourier cosinüs dönüşümü ile (x,y,z) yerine, (x,k_y,z) uzayında işlemler yapılır. Bu amaç için,

$$\tilde{f}(x, k_y, z) = \int_0^{\infty} f(x, y, z) \cos(y k_y) dy \quad (7.6)$$

$$f(x, y, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{f}(x, k_y, z) \cos(y k_y) dk_y$$

dönüşüm çifti kullanılır. Burada $f(x, y, z)$ ve $\tilde{f}(x, k_y, z)$ çift fonksiyondurlar. Denklem (1.15), (x_s, y_s, z_s) noktasındaki nokta kaynak için, iki boyutlu iletkenlik ($\sigma(x, z)$) dağılımından oluştuğu varsayılan, 3-B gerilim ($\phi(x, y, z)$) dağılımını 2-B gerilim dağılımına ($\phi(x, k_y, z)$) çevirir.

Helmholtz denklemi ve Fourier dönüşümünün özelliklerinden yararlanarak (1.5) denklemi cosinüs dönüşümü sonucu (x, k_y, z) uzayında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\nabla \cdot (\sigma(x, z) \nabla \tilde{\phi}(x, k_y, z)) + k_y^2 \sigma(x, z) \tilde{\phi}(x, k_y, z) = I \delta(x - x_s) \cdot \delta(z - z_s) \quad (7.7)$$

Bu ifade k_y nin sabit bir değeri için yazılmıştır. 2-B modellemede 3-B nokta akım kaynağının kullanıldığı problemler 2.5-B (two and a half dimensional) problem olarak isimlendirilebilirler (Petrov, 1995). Çünkü denklem (1.6)' da görüldüğü gibi frekans uzayında, k_y katsayısına bağlı olarak y - yönündeki iletkenlik değişimide bir terim ile eklenmiştir. Denklem (7.7) aşağıdaki sınır koşulları ile çözülür.

1. $\phi(x, y, z)$ gerilimi, $\sigma(x, z)$ iki boyutlu iletkenlik dağılımının bütün sınırlarında sürekli olmalıdır.
2. $\vec{J} (\equiv \sigma \frac{\partial \phi}{\partial \eta})$ akım yoğunluğunun normal bileşeni bütün sınır yüzeylerinde sürekli olmalıdır (Dey ve Morrison 1979).

7.3. 2B ve 3B Poisson Denkleminin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile çözümü

Sonlu elemanlar yöntemi (SEY); kısmi diferansiyel denklem veya enerji teoremiyle tanımlanan fiziksel bir problemi çözmek için kullanılan sayısal bir yöntemdir ve ilk olarak Zienkiewicz ve Cheung (1965) tarafından kullanılmıştır.

SEY aşağıda sıralanan altı aşamada uygulanır.

1. Verilen diferansiyel denklem, integral denklemine dönüştürülür. Burada integral denklemi tanımlanan alan için yazılır. İntegral denklemine dönüştürme işlemi, ağırlıklı rezidüel yöntem veya varyasyonel yöntem kullanılarak yapılır.
2. Verilen çözüm bölgesi sonlu sayıda küçük elemana bölünür. Burada alan, doğrusal üçgen elemanlara bölünmüştür. Bu elemanlar birbirlerine düğüm noktalarından (node) bağlıdır. Daha sonra sonlu elemanlar ağındaki elemanlar ve düğüm noktaları ayrı ayrı numaralandırılır.
3. Bilinmeyen ϕ (gerilim) değerleri, her eleman içinde polinom denklemi ile tanımlanır. Burada doğrusal polinom yaklaşımı kullanılmıştır. Tanımlanan polinom denklemi kullanılarak elemanın düğüm noktalarındaki gerilim (ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k), değerleri tanımlanır. Daha sonra elemanın ϕ değeri düğüm noktalarında tanımlanan ϕ_i, ϕ_j, ϕ_k değerleri cinsinden yazılır.
4. Üçüncü adımda, düğüm noktalarındaki gerilim değerleri cinsinden yazılan elemanların gerilim değerleri, birinci adımda elde edilen integral denklemine yerleştirilerek her eleman için doğrusal denklem takımları geliştirilir. Geliştirilen bu doğrusal denklem takımları birleştirilerek, her elemana ait dizey denklemleri oluşturulur.
5. Dördüncü adımda oluşturulan eleman dizey denklemleri birleştirilerek sonlu elemanlar ağı için genel dizey denklemi (global matrix equation) elde edilir. Genel dizey denklemini oluştururken Neumann ve Dirichlet sınır koşulları uygulanır.
6. Genel dizey denklemi çözülerek düğüm noktalarında tanımlanan gerilimler hesaplanır.

7.3.1. İntegral Denkleminin Elde Edilmesi

DAÖ yöneminde aşağıdaki gibi verilen 3B Poisson denklemi çözülür

$$-\nabla \cdot [\sigma(x, y, z) \nabla \phi(x, y, z)] = I \cdot \delta(x - x_s) \cdot \delta(y - y_s) \cdot \delta(z - z_s)$$

Bu denklemde I ; x,y ve z nin fonksiyonudur.

DAÖ yönteminde 2B modellemede ise, y-yönünde özdirencin değişmediği kabul edilirse ve Fourier cosinüs dönüşümü (denklem (1.6)) uygulanırsa, 2B modellemede aşağıdaki Poisson denklemi çözülür.

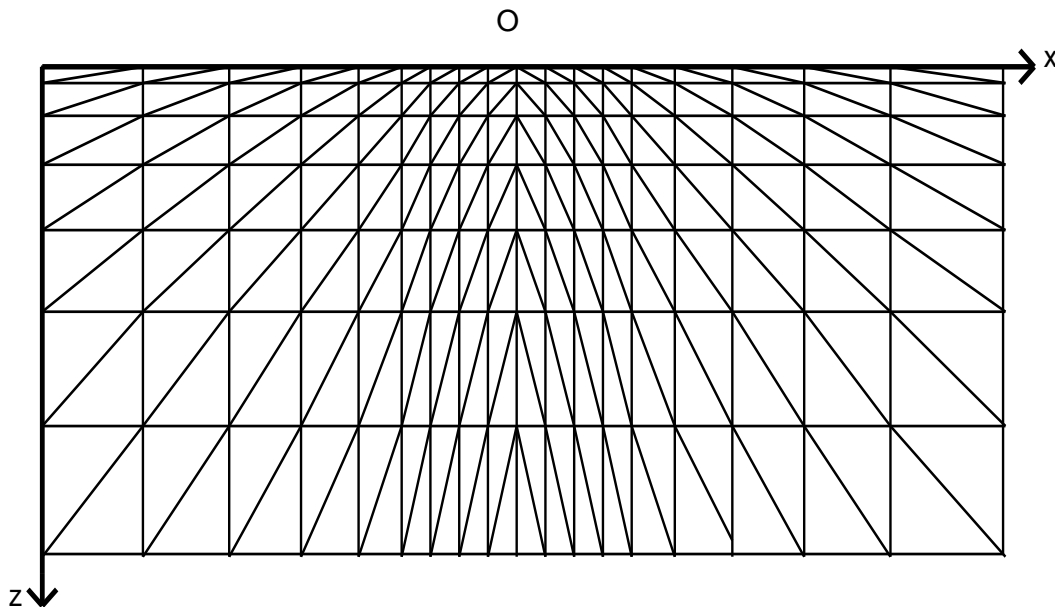
$$\nabla \cdot [\sigma(x, z) \nabla \phi(x, k_y, z)] - k_y^2 \sigma(x, z) \phi(x, k_y, z) = -I \delta(x - x_s) \delta(z)$$

Bu iki denklemin sonlu elemanlarla çözümü benzerdir. Örneğin 2B Poisson denkleminin sonlu elemanlar ile çözümünde birinci adım olarak varyasyonel yöntem ile aşağıdaki integral denklemi elde edilir.

$$\chi = \frac{1}{2} \iint \left\{ \sigma \left[\left(\frac{\partial \tilde{\phi}(x, k_y, z)}{\partial x} \right)^2 + k_y^2 \tilde{\phi}^2(x, k_y, z) + \left(\frac{\partial \tilde{\phi}(x, k_y, z)}{\partial z} \right)^2 \right] + 2I \delta(x - x_s) \delta(z) \tilde{\phi}(x, k_y, z) \right\} dx dz. (7.8)$$

7.3.2. Alanın Elemanlara Ayrılması

İkinci aşamada, denklem (1.11) in tanımlı olduğu alan, eleman adı verilen sonlu sayıda küçük parçalara bölünür. Elemanlar birbirlerine belli sayıda noktalardan bağlıdır ve bilinmeyen değerler her eleman üzerinde belirlenen bu noktaların koordinat değerlerinde hesaplanırlar. Bilinmeyen değerlerin hesaplandığı bu noktalara düğüm noktası (node) denir. Birbirlerine düğüm noktalarından bağlı sonlu sayıda elemanın oluşturduğu alana sonlu elemanlar ağı (finite element mesh) adı verilir. Şekil 1.2' de doğrusal üçgen (linear triangle) elemanlara bölünmüş bir sonlu elemanlar ağı görülmektedir.



Şekil 1.2. Doğrusal üçgen elemanlara bölünmüş sonlu elemanlar ağının şematik gösterimi (Uchida, 1995).

Ağ üzerindeki elemanların boyutları ve sayısı ile düğüm noktası sayısı problemin çözümünde çok önemlidir. Elemanlara ayrılan alanda, düğüm noktaları ve elemanlar ayrı ayrı numaralandırılır. Dirichlet sınır koşulunu uygulamak için sonlu elemanlar ağının orta noktasından (O) sol, sağ ve aşağı yöne doğru gidildikçe elemanların boyutları artırılır.

7.3.3. Eleman Dizey Denkleminin Elde Edilmesi

SEY 1-B, 2-B ve 3-B tanımlanan diferansiyel denklemlerin sayısal çözümü için kullanılabilir. 1-B çözümde bir eğri düzgün doğru parçalarının bir serisi ile tanımlanır. 2-B çözümde üçgen veya dikdörtgen elemanlar yada her ikisinin birleşimi kullanılabilir. 3-B çözümde ise quadratik üçgen veya dikdörtgen şekilli elemanlar kullanılır. Burada 2-B modellemede kullanılan doğrusal üçgen eleman için eleman dizey denklemi aşağıdaki gibi elde edilir

$$\frac{\sigma}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_i \\ \tilde{\phi}_j \\ \tilde{\phi}_k \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \sigma k^2 \Delta \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_i \\ \tilde{\phi}_j \\ \tilde{\phi}_k \end{bmatrix} + \frac{I_\Delta}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_k \end{bmatrix} = 0 \quad (1.28)$$

Burada

$$\begin{aligned} a_i &= x_j z_k - x_k z_j & b_i &= z_j - z_k & c_i &= x_k - x_j \\ a_j &= x_k z_i - x_i z_k & b_j &= z_k - z_i & c_j &= x_i - x_k \\ a_k &= x_i z_j - x_j z_i & b_k &= z_i - z_j & c_k &= x_j - x_i \end{aligned}$$

Şeklinde tanımlanır. Bu denklem sadeleştirilirse, simgesel bir i- elemanı için aşağıdaki dizey denklemi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} k_{11}^i & k_{12}^i & k_{13}^i \\ k_{21}^i & k_{22}^i & k_{23}^i \\ k_{31}^i & k_{32}^i & k_{33}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_1^i \\ \tilde{\phi}_2^i \\ \tilde{\phi}_3^i \end{bmatrix} = I_\Delta \begin{bmatrix} a_1^i \\ a_2^i \\ a_3^i \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Bu denklem kısaca,

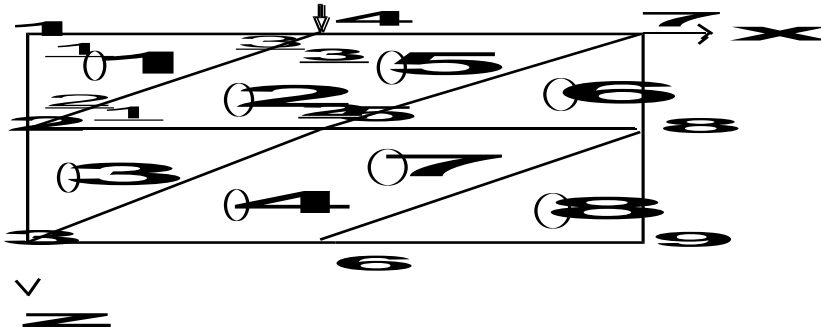
$$k^i \cdot u^i = s^i \quad (1.30)$$

şeklinde yazılabilir. Yukardaki denklemde i -elemanı için k^i , düğüm noktalarının koordinatlarına, k_y dönüşüm katsayısına ve elemanın öziletkenliğine bağlı katsayı dizeyi (stiffness matrix), u^i düğüm noktalarındaki gerilimlere bağlı (3×1) boyutunda sütun vektör, s^i elemana uygulanan nokta akıma bağlı (3×1) boyutunda sütun vektördür.

7.3.4. Genel Dizey Denkleminin (Global Matrix Equation) Elde Edilmesi

Elemanlar düğüm noktalarından birbirine bağlı olduğundan, düğüm noktalarındaki gerilimler bir eleman için yazılan dizey denkleminin çözümüyle bulunamaz. Gerilimlerin hesaplanması için elemanlar için oluşturulan dizey denklemleri, sonlu elemanlar ağına bağlı birleştirilerek genel dizey denklemi oluşturulmalıdır. Oluşturulan genel dizey denklemi çözülerek düğüm noktalarındaki gerilimler hesaplanır.

Denklem (1.30) sonlu elemanlar ağındaki bütün elemanlar için türetilebilir. Sonlu elemanlarda amaç bütün elemanların katsayı dizelerini toplayarak, tüm yapının katsayı dizeyine dönüştürmektir. Bunu göstermek için Şekil 1.6 daki gibi (3×3) boyutunda bir sonlu elemanlar ağı ele alınabilir.



Şekil 1.6. Sekiz doğrusal üçgen eleman ve dokuz düğüm noktası olan sonlu elemanlar ağı.

Burada ağın 8 elemanı ve yukardan aşağıya doğru numaralandırılmış 9 düğüm noktası vardır. Denklem (1.30) da görüldüğü gibi, bir eleman üzerinde üç düğüm noktası olduğundan katsayı dizeyleride (3×3) boyutundadır. Bu dizeyleri birleştirilerek tüm ağın katsayı dizeyi haline getirmek için düğüm noktası sayısı boyutunda (9×9) bir kare dizeye gereksinim vardır. Katsayı dizeyini oluşturarak genel dizey denklemini elde etme işlemine "Doğrudan Rijitlik Yöntemi" denir. Burada bir elemana ait dizey denkleminde dizey ve vektörün satır ve sütun numarası (sonlu elemanlar ağındaki elemanın düğüm noktalarının numarası), dizey ve vektörün kenarlarına yazılır. Sonra sonlu elemanlar ağındaki düğüm noktası sayısı

boyutunda bir kare dizey (katsayı dizeyi, coefficient- stiffness matrix) oluşturulur ve dizeyin bütün elemanlarına sıfır değeri atanır. Bundan sonra, her eleman için yazılmış denklemlerde dizeyin kenarına yazılan düğüm noktası numarası, katsayı dizeyinin satır ve sütun numarası olacak şekilde değerler yerleştirilir. Aynı satır ve sütun numarasına denk gelen değerler toplanır. Bu işlem bütün elemanlar için yapılır. Numaralandırma işlemi 1 numaralı eleman için yazılan dizey denkleminde görülmektedir.

Toplam sekiz eleman için elde edilen dizey denklemlerinin katkısı toplanarak, genel dizey denklemini

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & K_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{32} & K_{33} & 0 & K_{35} & K_{36} & 0 & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & 0 & K_{44} & K_{45} & 0 & K_{47} & 0 & 0 \\ 0 & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{47} & K_{58} & 0 \\ 0 & 0 & K_{63} & 0 & K_{65} & K_{66} & 0 & K_{68} & K_{69} \\ 0 & 0 & 0 & K_{74} & K_{75} & 0 & K_{77} & K_{78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{85} & K_{86} & K_{87} & K_{88} & K_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{96} & 0 & K_{98} & K_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \\ \phi_8 \\ \phi_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.31.a)$$

şeklinde yazılabilir. Burada; $K_{11} = k^{111}$, $K_{12} = k^{112}$, $K_{13} = 0, \dots$, $K_{21} = k^{121}$, $K_{22} = k^{122} + k^{211} + k^{311}$, ..., $\phi_1 = \phi_1^1$, $\phi_2 = \phi_2^1 + \phi_1^2$ e eşittir. Buna göre (1.31a) dizey denklemini genel olarak tanımlanan bir sonlu elemanlar ağı için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$K_{(N \times N)} \cdot U_{(N \times 1)} = S_{(N \times 1)} \quad (1.31.b)$$

Burada N ağ üzerindeki düğüm noktası sayısı olmak üzere, (1.31) denkleminde K ($N \times N$) boyutlu, pozitif değerli, simetrik-band dizeydir. Bu dizey sonlu elemanlar ağındaki tüm elemanların geometrisine ve öziletkenliğine bağlıdır. Dizeyin köşegen (diagonal) elemanları sıfırdan ($K_{i,i} > 0$) ve aynı sıradaki köşegen dışı terimlerden büyüktür. Dizeyde sıfır olmayan terimler köşegene yakındır ve bandın dışındaki bütün terimler sıfırdır.

U sütun vektör bütün düğüm noktalarındaki bilinmeyen gerilim değerlerini içerir. S sütun vektör ise bütün düğüm noktalarındaki nokta akım kaynağının ve sınır koşullarından bilinen gerilim değerleri ile şekil fonksiyonunun çarpım değerlerini içermektedir.

Denklem (1.31) de görüldüğü gibi tek bir eleman için düğüm noktasında hesaplanan gerilim sadece o elemanın katkısıyla bulunur. Fakat sonlu elemanlar ağı üzerindeki bir düğüm noktasının gerilimi, denklem (1.31) ile o düğüm noktasına komşu tüm elemanların katkısıyla hesaplanır. Bu nedenle sonlu elemanlar ağındaki elemanların şekli ve düğüm noktası sayısı önemlidir. Sonlu elemanlar ağı üzerinde düğüm noktası sayısı ne kadar çok ise hesaplanan gerilimler modeli o kadar iyi temsil eder.

Yukarda görüldüğü gibi S vektöründe sadece dördüncü düğüm noktasını temsil eden elemanda değer vardır. Böylece kaynağın olduğu yerde Poisson denklemi sağlanmış olur. Diğer elemanlara sıfır değeri atayarak kaynağın olmadığı noktalarda Laplace denklemi sağlanmış olur. Ayrıca her düğüm noktası için yazılan denklemlerde düğüm noktasının komşu olmadığı noktalar için sıfır değeri atayarak sınırlarda Dirichlet sınır koşulu uygulanmış olur.

7.3.5. Gerilim Alanın Çözümü

Denklem (1.31) kaynak terimini içeren sütun vektörün sıfırdan farklı elemanları olduğundan homojen olmayan denklem takımınıdır. Homojen olmayan denklem takımının çözümü dolaysız (direct) ve dolaylı (indirect, iterative) yöntemler olarak ikiye ayrılabilir. Dolaylı yöntemler hem algoritmalarının kolayca programlanabilir olması hem de yuvarlatma hatalarının az ve yineleme (iterasyon) yapıldıkça birikme olmaması bakımından çok kullanılır. Fakat bu yöntemlerde daima bir yakınsama (convergence) problemi vardır. Dolaysız yöntemler verilen katsayı dizeyinin elemanlarını işlemler sırasında değiştirirler ve başlangıçta çok sıfırlı (sparse) olan katsayı dizeyi sıfır elemanları daha az olan bir yoğun (dense) dizeye dönüştürür. Buna karşılık dolaylı yöntemler katsayı dizeyini değiştirmez. Bu nedenle büyük ($N > 100$) ve çok sıfırlı katsayı dizeyi olan denklem takımlarının çözümü için dolaylı yöntemlerin kullanılması önerilir. Fakat bu yöntemler çözüme yakınsamazsa dolaysız yöntemlerin kullanılması zorunludur.

Genel düzey denkleminde, doğrudan katsayı dizeyinin tersi alınarak diğer tarafa çarpan olarak geçirilebilir ve çözüm daha hassas şekilde doğrudan bulunabilir. Fakat bu yöntem

diğer dolaylı ve dolaysız çözüm yöntemlerinden daha fazla zaman alır. Yine de hızlı bir bilgisayar varsa bu yöntem ile çözüm tercih edilebilir.

Doğrusal cebirsel denklem takımının çözümünde kullanılacak yöntemin seçiminde; çözüm sırasında gereken işlem sayısı, çarpma ve bölme işlemleri sayısı, kolay programlanabilir olması, mümkün olduğu kadar az yuvarlatma hatası olması ve çözüm hızı özellikleri gözönünde tutulur. Genel dizey denklemi Cholesky Decomposition, Gauss eliminasyonu, LU-ayrıklaştırması (LU decomposition) vb. yöntemlerle çözülebilir.

" Cholesky decomposition" yöntemine göre, herhangi bir A dizeyinin elemanları, pozitif ve simetrik ise bu dizey

$$LL^T = A$$

şeklinde yazılabilir. Burada L dizeyi alt üçgen dizeyi, L^T ise L dizeyinin devriğini göstermektedir. L dizeyinin köşegen elemanları 1 dir. Burada,

$$L_{i,j} = 0 \quad (i - j > m)$$

$$L_{i,j}^T = L_{i,j}$$

dir. Buna göre Ax=b denklemi aşağıdaki şekilde adım adım

$$Ly = b \quad (1.32)$$

$$L^T x = y \quad (1.33)$$

çözülür. Denklem (1.32) ile önce y çözülür ve daha sonra çözüm (1.33)' de yerine konularak x bilinmeyen yöneyi bulunabilir. Bu yöntem özellikle n veri sayısı m parametre sayısından büyük olduğu ($n \gg m$) durumlarda (alt üçgenlere bölme yöntemi) etkilidir. Burada ele alınan problem için veri sayısı parametre sayısından fazladır. Bu yöntem Gauss eliminasyon yönteminden çok daha çabuk çözüme ulaşmaktadır (Dey ve Morrison 1979).

7.3.6. Gerilimin (x, k_y, z) Uzayından (x, y, z) Uzayına Dönüştürülmesi ve GÖ Hesabı

(x, k_y, z) uzayından, (x, y, z) uzayına dönüşüm ile 2-B iletkenlik dağılımı nedeni ile oluşan üç boyutlu gerilim dağılımı hesaplanabilir. Dönüşüm işlemi Fourier cosinus dönüşümü ile gerçekleştirilebilir. Denklem (1.31) den hesaplanan gerilimler $(\tilde{\phi}(x, k_y, z)); (x, k_y, z)$ uzayında çözülmüştür. Bu değerlerin (x, y, z) uzayına dönüştürülmesi gerekmektedir. Dönüşüm işleminde kullanılan k_y nin seçimi deneme yanılma yolu ile yapılmaktadır. Bu değerler sıfır ile dört arasında seçilerek gerçekleştirilebilir. Fakat herhangi bir yer modeli için ağ boyutunun değişmesi (dx ve dz aralıklarının değişmesi) yeni k_y değerlerinin bulunmasını gerektirmektedir. Ayrıca aynı model için her farklı $AB/2$ değeri içinde k_y değerlerinin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. k_y değerleri deneme yanılma yöntemi ile bulunarak homojen bir model için doğru olup olmadığı bütün $AB/2$ değerlerinde kontrol edilmelidir. k_y değerlerinin kaç adet olması bir kurala bağlı değildir. Örneğin, Dey ve Morrison (1979) yaptıkları programda beş adet, Rodi(1976) yedi adet, Uchida (1995) ise ondört adet k_y değeri kullanmıştır. Uchide k_y değerlerini ağ boyutuna bağlı olarak tanımlamıştır. Her modelde $\tilde{\phi}(x, k_y, z)$ genel davranışı $k_y = 0$ için asimptotik olarak düz bir tepki fonksiyonuna, k_y nin en büyük değeri için düzgün azalarak sıfıra asimptot olmaktadır. Dönüşüm işlemi $\tilde{\phi}(x, k_y, z)$ yi uygun bir üstel fonksiyona yaklaştırılarak $\tilde{\phi}(x, k_y, z)$ nin zarfını k_y ' nin değerleri için $(k_{y1} \leq k_y \leq k_{y2})$ analitik olarak

$$\int_{k_{y1}}^{k_{y2}} e^{-ak_y} \cos(k_y b) dk_y = \frac{e^{-ak_y}}{a^2 + b^2} [b \sin(bk_y) - a \cos(bk_y)] \Big|_{k_{y1}}^{k_{y2}}$$

ile yapılabilir. Çözülen $\tilde{\phi}(x, k_y, z)$ ler $\phi(x, y, z)$ ye dönüştürüldükten sonra görünür özdirenç değerleri hesap edilebilir. Gerilim değerleri hesap edilirken farklı kaynak konumları için çözülen dizeyin yüzeye karşılık gelen elemanları daha sonra kullanılmak üzere saklanır.

Denklem (1.31)' de gerilimin hesaplandığı düğüm noktasıyla ilişkisi olmayan düğüm noktalarına karşılık gelen sütunlara sıfır değeri atanır. Bu durumda köşelerde Dirichlet sınır koşulu sağlanmış olur. Ayrıca nokta akım kaynağını içeren dizeyde kaynağın bulunmadığı noktalara sıfır atamakla Laplace denklemi, nokta akım kaynağında ise Poisson denklemi sağlanmış olur (Pekşen 1996).

Denklem (2.3.14) ve (1.26) de katsayı dizeyi bir model için bir kez kurulur. Daha sonra nokta kaynak teriminin değişik konumları için bu denklem sistemi çözümlenerek istenilen modelin