

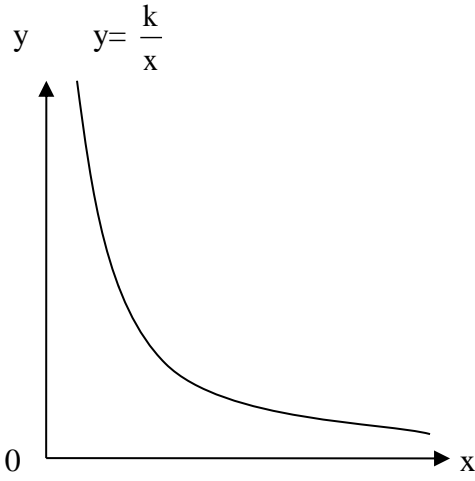
TERS ORANTI:

Birbirine bağılı iki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor ise, veya biri azalırken diğeri aynı oranda artıyor ise bu tür çokluklara “ters orantılıdır” denir.

k orantı sabiti olmak üzere, x ile y ters orantılı olsun. Bu durumda orantı denklemi:

$$x \cdot y = k \Rightarrow x = \frac{k}{y}$$

şeklindedir.



Şekil 2. Ters Orantı Grafiği

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER:

1) x ve 2y çoklukları ters orantılıdır. x=3 iken y=1 oluyorsa y=2 iken x kaç olur?

çözüm: x, 2y ile ters orantılı olduğundan ters orantı denklemi:

$$x = \frac{k}{2y}$$

şeklindedir.

$$x=3 \text{ iken } y=1 \Rightarrow 3 = \frac{k}{2 \cdot 1} \Rightarrow k = 6 \text{ olur.}$$

Bu durumda orantı denklemi: $x = \frac{6}{2y}$ biçimine gelir. Şimdi de ikinci durumda verilen y=2 değerini elde ettiğimiz denklemde yerine yazarak x'i bulalım:

$$x = \frac{6}{2.2} \Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ bulunur.}$$

2) $2x=y=5z$ ve $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre $x+y+z$ toplamı kaçtır?

çözüm:

$$2x=y=5z=k \Rightarrow x = \frac{k}{2}, y = k, z = \frac{k}{5} \text{ alınabilir.}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{\frac{k}{2}} + \frac{1}{k} + \frac{1}{\frac{k}{5}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{k} + \frac{1}{k} + \frac{5}{k} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{k} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow k = 12$$

elde edilir.

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{k}{2} \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6 \\ y = k \Rightarrow y = 12 \\ z = \frac{k}{5} \Rightarrow z = \frac{12}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow x + y + z = 6 + 12 + \frac{12}{5} = \frac{102}{5} \text{ bulunur.}$$

3) x, y, z sayıları sırasıyla 12, 15 ve 20 ile ters orantılıdır. $x - y + 2z = 7$ olduğuna göre x kaçtır?

çözüm: x, y, z sırasıyla 12, 15, 20 sayıları ile ters orantılı ise:

$$x = \frac{k}{12}, y = \frac{k}{15}, z = \frac{k}{20}$$

alınabilir.

$$x - y + 2z = 7 \Rightarrow \frac{k}{12} - \frac{k}{15} + 2 \cdot \frac{k}{20} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{k}{12} - \frac{k}{15} + \frac{k}{10} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{10k - 8k + 12k}{120} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{14k}{120} = 7$$

$$\Rightarrow k = 60$$

$$x = \frac{k}{12} \Rightarrow x = \frac{60}{12} = 5 \text{ bulunur.}$$

4) Yaşları 6, 8 ve 9 olan üç kardeş 58 tane fıncığı yaşları ile ters orantılı olacak şekilde paylaşıyorlar. Bu durumda en çok fıncık alan kaç fıncık almış olur?

çözüm:

Yaşları 6, 8, 9 olan üç kardeşin paylarına düşen fıncık sayıları sırasıyla A, B, C olsun. Her birinin payına düşen fıncık sayısı:

$$A = \frac{k}{6}, \quad B = \frac{k}{8}, \quad C = \frac{k}{9}$$

şeklinde gösterilebilir. Her birindeki fıncık sayılarının toplamı 58 olduğuna göre :

$$A+B+C=58 \Rightarrow \frac{k}{6} + \frac{k}{8} + \frac{k}{9} = 58$$

$$\Rightarrow \frac{12k+9k+8k}{72} = 58$$

$$\Rightarrow k=144$$

Üç kardeş, yaşları ile ters orantılı olacak şekilde fındıkları paylaştıklarına göre, yaşı en küçük olan en çok fındık alacaktır. Buna göre, en çok fındık alanın payına düşen fındık sayısı:

$$A = \frac{k}{6} = \frac{144}{6} = 24 \text{ olarak bulunur.}$$

5) Kapasiteleri eşit olan 11 işçi bir işi 12 günde yapıyor. Buna göre aynı işi 6 işçi kaç günde yapar?

çözüm:

Öncelikle verilen aynı birimdeki çoklukları alt alta yazarak orantı kuralım:

11 işçi bir işi \longleftrightarrow 12 günde yapıyorsa

6 işçi aynı işi \longleftrightarrow x günde yapar.
T.O.

Verilen çokluklar bilinmeyen çoklukla karşılaştırıldığında, çokluklar arasında ters orantı olduğu görülür. Çünkü bir iş yapılırken işçi sayısını azaltığımızda, yapılan iş aynı iş olduğundan, o işi bitirmek için harcadığımız süre daha çok olacaktır. Yani ilişki ters yönlü olup işçi sayısı ile zaman ters orantılıdır. Ters orantı problemlerinde çokluklar karşılıklı çarpılıp eşitlenerek çözüm bulunur.

$$11 \cdot 12 = 6 \cdot x \Rightarrow x = \frac{11 \cdot 12}{6} \Rightarrow x = 22 \text{ gün bulunur.}$$

6) Bir musluk boş havuzu 36 saatte doldurursa, aynı kapasitedeki 3 musluk aynı havuzu kaç saatte doldurur?

çözüm:

1 musluk bir havuzu \longleftrightarrow 36 saatte doldurursa

3 musluk aynı havuzu \longleftrightarrow x saatte doldurur.

T.O.

$$1.36=3.x \Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12 \text{ saat bulunur.}$$

7) Bir makine paketlenecek 100 kg sütü 24 saatte paketleyebilmektedir. Makinedeki arıza yüzünden %80 kapasite ile çalışması durumunda aynı sütler kaç saatte paketlenir?

çözüm:

Makinenin ilk kapasitesi %100 olsun.

%100 kapasite ile \longleftrightarrow 24 saatte paketlerse

%80 kapasite ile \longleftrightarrow x saatte paketler.

T.O

$$100.24=80.x \Rightarrow x = \frac{100.24}{80} = 30 \text{ saat bulunur.}$$

BİLEŞİK ORANTI:

İçinde birden fazla orantının(ters orantı da olabilir, doğru orantı da olabilir) kullanıldığı orantılara “bileşik orantı” denir.

k orantı sabiti olmak üzere; x, y ile doğru, z ile ters orantılı olsun. Bu durumda orantı denklemini:

$$x = \frac{k.y}{z}$$

şeklindedir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER:

1) y sayısı (x+1) ile doğru ve (x-2) ile ters orantılıdır. x=4 iken y=15 oluyorsa y=12 iken x kaç olur?

çözüm:

Orantı denklemi: $y = \frac{k(x+1)}{x-2}$ şeklindedir. İk durumda verilen x=4, y=15 değerleri denklemde yerlerine yazılırsa:

$$15 = \frac{k(4+1)}{4-2} \Rightarrow k = 6$$

bulunur. Bu durumda $y = \frac{6(x+1)}{x-2}$ denklemi elde edilir. Şimdi de ikinci durumda verilen y=12 değeri denklemde yerine yazılırsa:

$$12 = \frac{6(x+1)}{x-2} \Rightarrow 2x - 4 = x + 1 \Rightarrow x = 5$$

bulunur.

2) a, 3 ile ters orantılı ve b, 5 ile doğru orantılıdır. a+b=32 olduğuna göre b-a farkı kaçtır?

çözüm:

a, 3 ile ters ve b, 5 ile doğru orantılı olduğundan;

$$a = \frac{k}{3}, b = 5k$$

alınabilir. Bu durumda,

$$a + b = 32 \Rightarrow \frac{k}{3} + 5k = 32 \Rightarrow k = 6$$

elde edilir.

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{k}{3} = \frac{6}{3} = 2 \\ b = 5k = 5 \cdot 6 = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow b - a = 30 - 2 = 28 \text{ bulunur.}$$

3) 56 sayısı; birinci parça 4 ile doğru, ikinci parça 3 ile ters ve üçüncü parça da 5 ile doğru orantılı olacak şekilde üç parçaya ayrıldığında birinci parça kaç olur?

çözüm:

Sırasıyla 1., 2. ve 3. parçalar x, y, z olsun. Bu durumda

$$x = 4k, y = \frac{k}{3}, z = 5k$$

alınabilir.

$$x + y + z = 56 \Rightarrow 4k + \frac{k}{3} + 5k = 56$$

$$\Rightarrow \frac{28k}{3} = 56$$

$$\Rightarrow k = 6$$

elde edilir. O halde,

$$x = 4k \Rightarrow x = 4 \cdot 6 = 24 \text{ olarak bulunur.}$$

4) 5 işçi 2 m kumaşı 3 günde dokursa, 4 işçi 24 m kumaşı kaç günde dokur?

çözüm:

Öncelikle, verilen aynı birimdeki çoklukları alt alta yazıp her bir çokluğu bilinmeyenle karşılaştıralım ve aralarında doğru orantı mı yoksa ters orantı mı olduğunu belirleyelim. Daha sonra da doğru orantı ve ters orantı problemlerinde olduğu gibi karşılıklı ve çapraz çarpımları belirleyelim. Aynı ok yönünde olanları kendi aralarında çarparak eşitleyelim ve çözüme gidelim:

$$\begin{array}{ccccc} 5 \text{ işçi} & \swarrow & 2 \text{ m kumaşı} & \swarrow & 3 \text{ günde dokursa} \\ 4 \text{ işçi} & \searrow & 24 \text{ m kumaşı} & \searrow & x \text{ günde dokur.} \\ \hline \text{T.O.} & & \text{D.O.} & & \end{array}$$

$$3 \cdot 24 \cdot 5 = 4 \cdot 2 \cdot x \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 24 \cdot 5}{4 \cdot 2} = 45 \text{ günde dokur.}$$

5) Bir otelde 4 musluk 60 m³ havuzu 18 saatte doldurmaktadır. 6 musluğun 50 m³ havuzu kaç saatte dolduracağı söylenebilir?

çözüm:

| | | |
|----------|--------------------------|----------------------|
| 4 musluk | 60 m ³ havuzu | 18 saatte doldurursa |
| 6 musluk | 50 m ³ havuzu | x saatte doldurur. |
| T.O. | D.O. | |

$$4.50.18 = 6.60.x \Rightarrow x = \frac{4.50.18}{6.60} = 10 \text{ saatte doldurur.}$$

6) Bir işyerinde 40 kg iplikle 120 cm eninde 30 m kumaş dokunursa, 10 kg iplikle 90 cm eninde kaç m kumaş dokunur?

çözüm:

| | | |
|---------------|---------------|----------------------|
| 40 kg iplikle | 120 cm eninde | 30 m kumaş dokunursa |
| 10 kg iplikle | 90 cm eninde | x m kumaş dokunur. |
| D.O. | T.O. | |

$$40.90.x = 10.120.30 \Rightarrow x = \frac{10.120.30}{40.90} = 10 \text{ m kumaş dokunur.}$$

7) 3000 TL 30 günde 300 TL faiz getirirse, 100 TL 120 günde kaç TL faiz getirir?

çözüm:

| | | |
|---------|-----------|-----------------------|
| 3000 TL | 30 günde | 300 TL faiz getirirse |
| 100 TL | 120 günde | x TL faiz getirir. |
| D.O. | D.O. | |

$$3000.30.x = 100.120.300 \Rightarrow x = \frac{100.120.300}{3000.30} = 40 \text{ TL faiz getirir.}$$